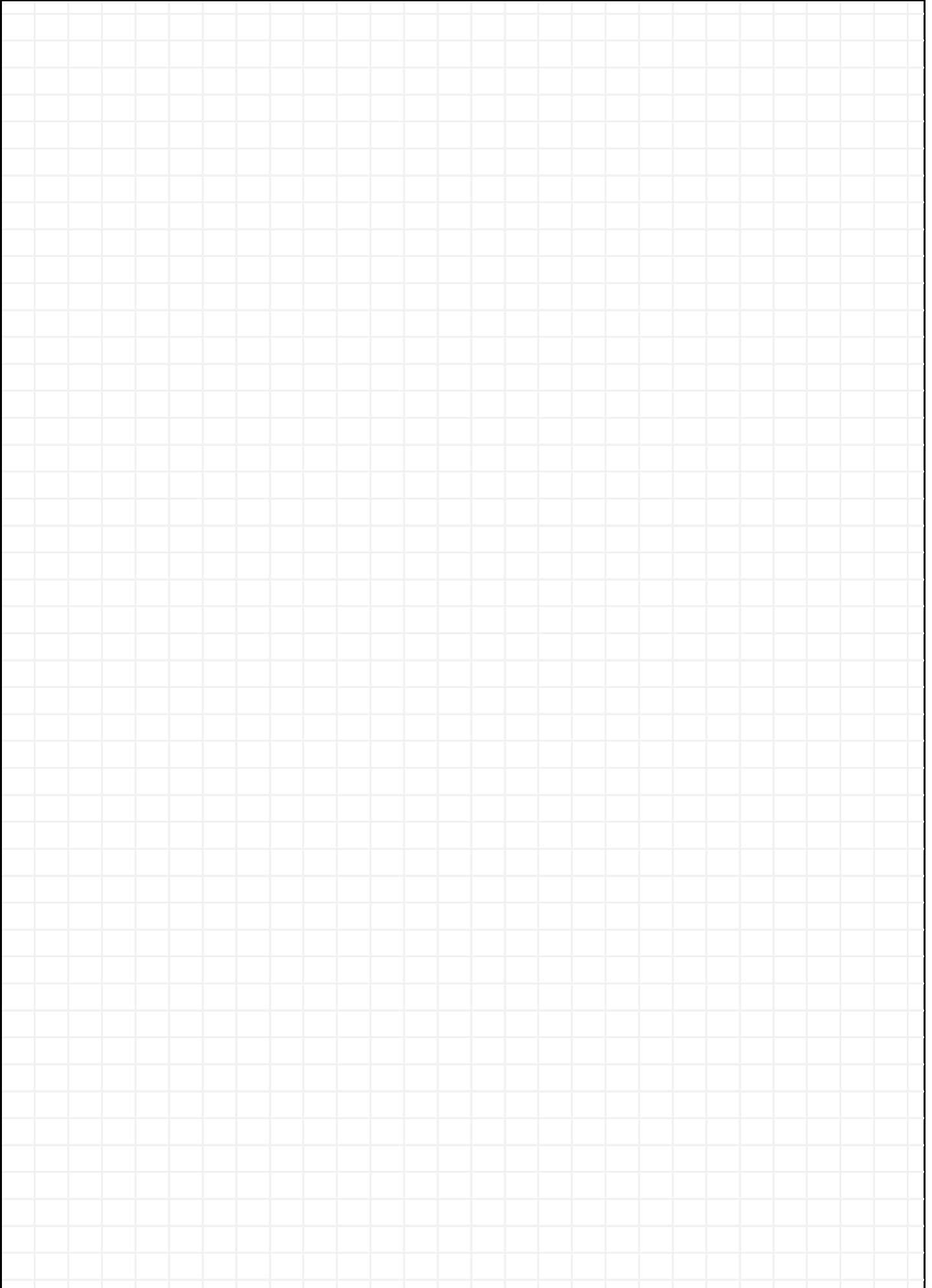


<b>Wärmeübertragung</b>	<b>3.1</b>
<b>Stationäre Wärmeübertragung</b>	<b>3.1.1</b>
Allgemein	3.1.1.1
Wärmeleitung	3.1.1.2
Wärmekonvektion	3.1.1.3
Wärmedurchgang	3.1.1.4
Wärmeübertrager	3.1.1.5
Wärmestrahlung	3.1.1.6
<b>Instationäre Wärmeübertragung</b>	<b>3.1.2</b>
<b>Destillation</b>	<b>3.2</b>
Allgemein	3.2.1
<b>Kontinuierliche Rektifikation</b>	<b>3.2.2</b>
Bilanzierung	3.2.2.1
Kolonnen	3.2.2.2
<b>Trocknung</b>	<b>3.3</b>
<b>Flüssig Flüssig Extraktion</b>	<b>3.4</b>
Dreiecksdiagramm	3.4.1
Allgemein	3.4.2
Kreuzstrom	3.4.3
Gegenstrom	3.4.4
<b>Anhang</b>	<b>A3</b>

# Beispiele



## Stationäre Wärmeübertragung

3.1.1

Notizen

### Allgemein

3.1.1.1

#### Wärmestrom

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T \quad \text{W}$$

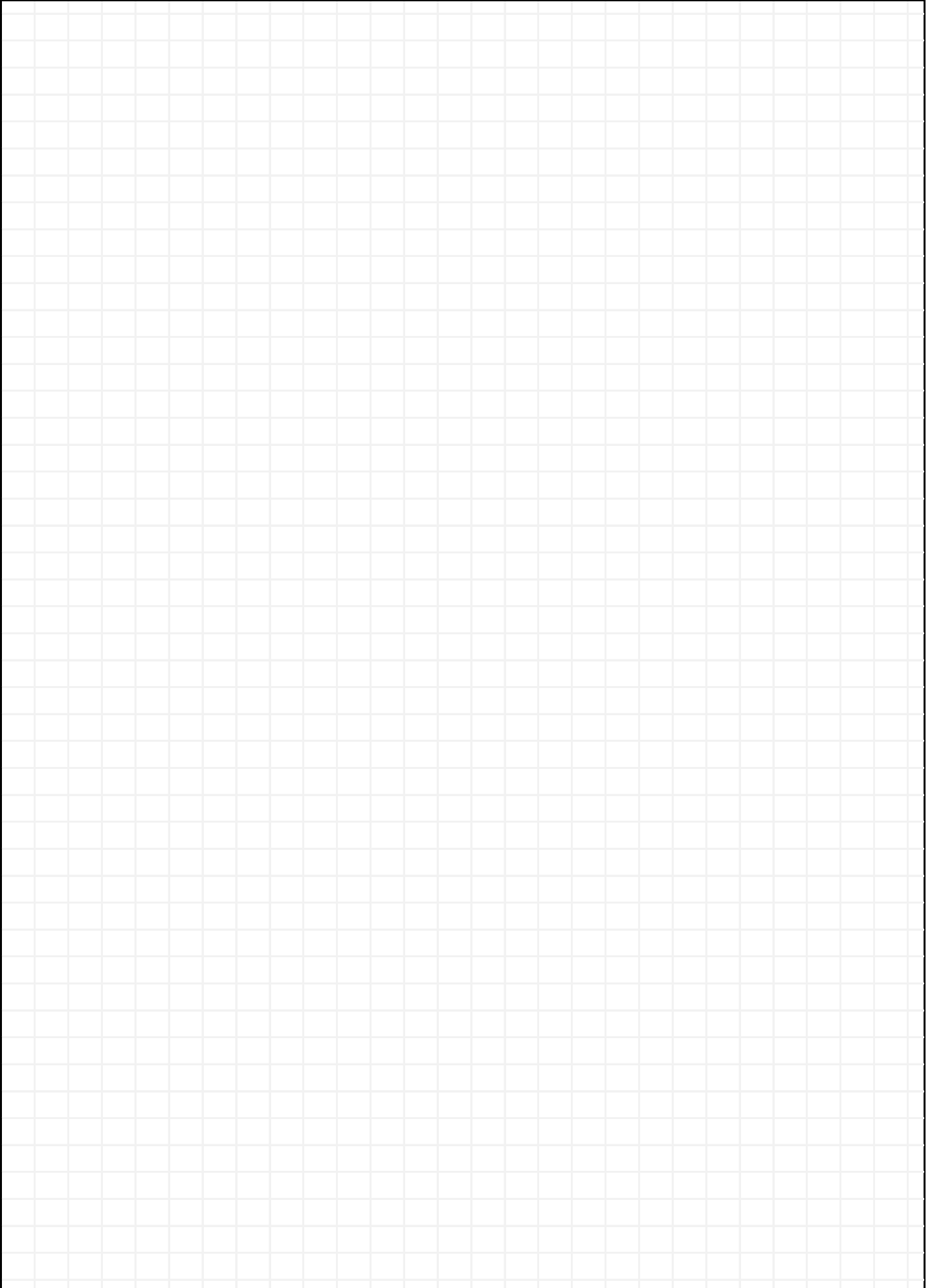
für einphasige Systeme

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot \Delta H \quad \text{W}$$

für Phasenübergang (z.B. Verdampfen / Kondensieren)

$$\dot{Q} = \dot{q} \cdot A \quad \text{W}$$

# Beispiele



## Stationäre Wärmeübertragung

3.1.1

Notizen

### Wärmeleitung

3.1.1.2

#### Fourier'sche Gleichung der Wärmeleitung (stationär)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_T \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad \frac{\text{K}}{\text{s}}$$

#### Wärmestromdichte (differentiell)

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\lambda}{s} \cdot (T_2 - T_1) \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$T_2 < T_1$

#### Wärmestrom - einschichtige, ebene Wand (Platte)

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{s} \cdot A \cdot (T_1 - T_2) = \frac{1}{R_{ges}} \cdot A \cdot (T_1 - T_2) \quad \text{W}$$

$T_2 < T_1$

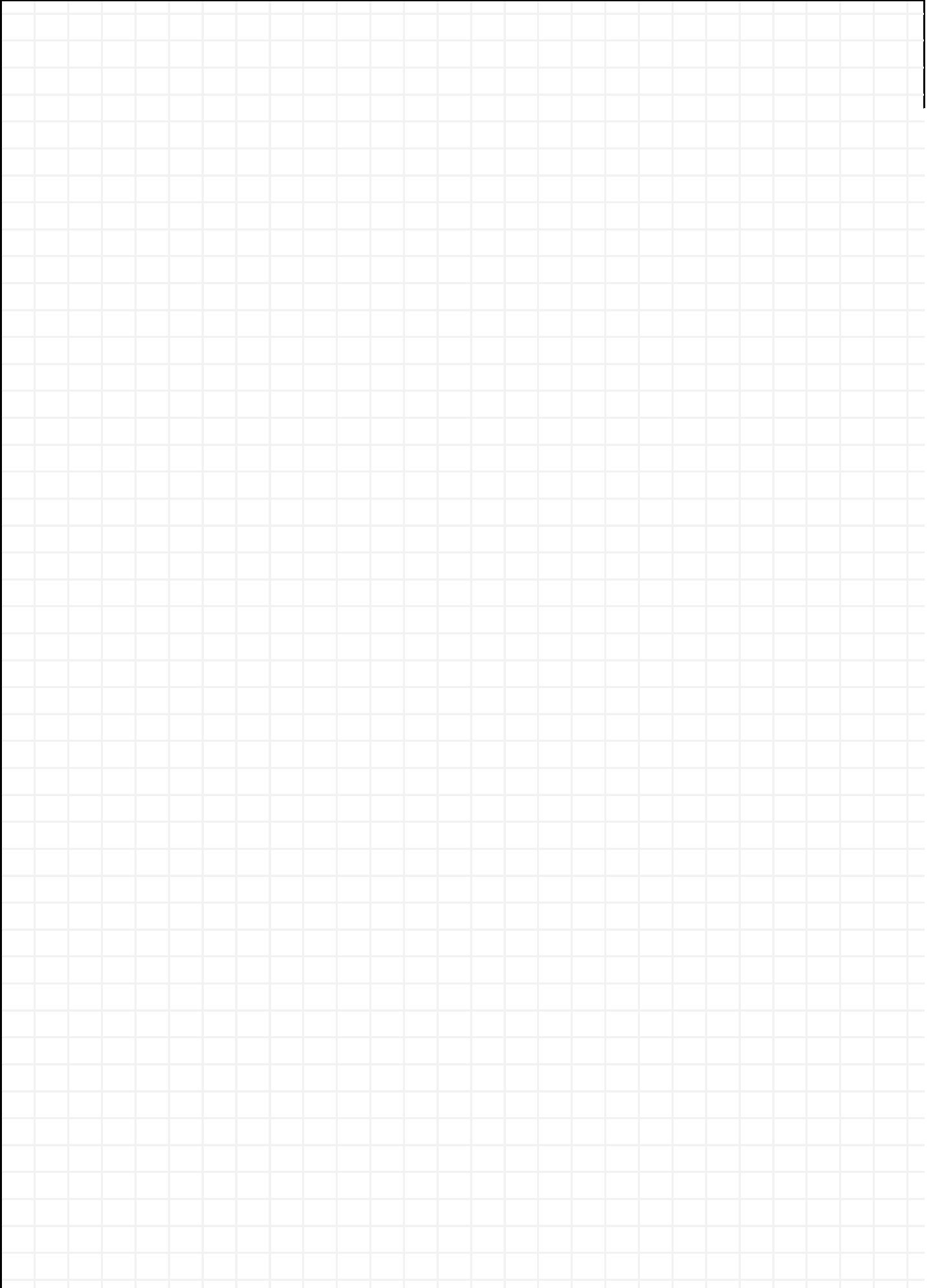
#### Wärmestrom - einschichtige, einfach gekrümmte Wand (Zylinder)

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda}{\ln \frac{d_a}{d_i}} \cdot l \cdot (T_1 - T_2) \quad \text{W}$$

#### Wärmestrom - einschichtige, doppelt gekrümmte Wand (Kugel)

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda}{\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_a}} \cdot (T_1 - T_2) \quad \text{W}$$

# Beispiele



## Stationäre Wärmeübertragung

3.1.1

Notizen

### Wärmeleitung

3.1.1.2

#### Wärmestrom - mehrschichtige, ebene Wand (Platte)

$$\dot{Q} = \frac{A}{\sum_k \frac{s_k}{\lambda_k}} \cdot (T_1 - T_2) \quad \text{W}$$

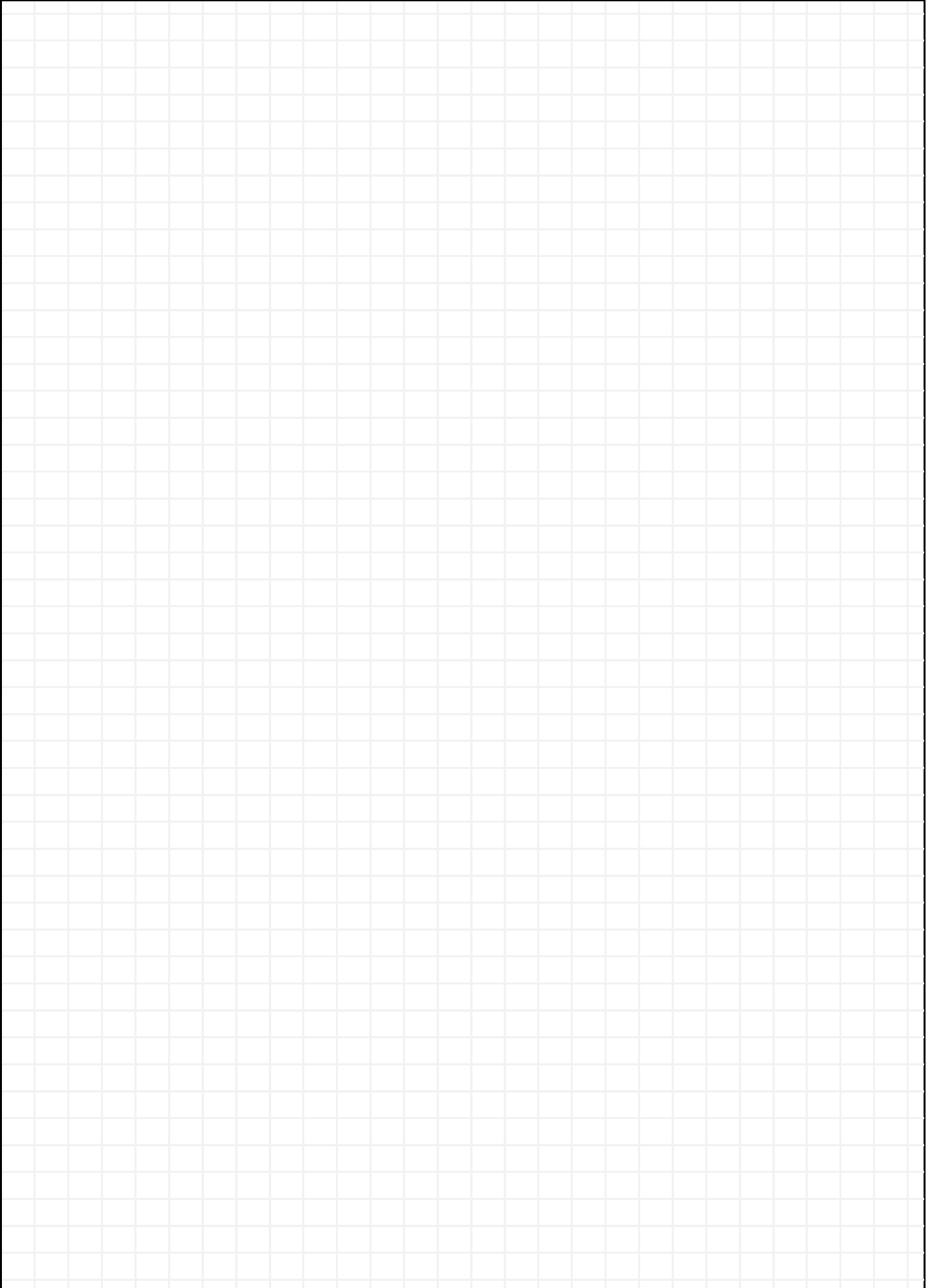
#### Wärmestrom - mehrschichtige, einfach gekrümmte Wand (Zylinder)

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi}{\sum_k \frac{1}{\lambda_k} \left( \ln \frac{d_{a;k}}{d_{i;k}} \right)} \cdot l \cdot (T_1 - T_2) \quad \text{W}$$

#### Wärmestrom - mehrschichtige, doppelt gekrümmte Wand (Kugel)

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi}{\sum_k \frac{1}{\lambda_k} \left( \frac{1}{d_{i;k}} - \frac{1}{d_{a;k}} \right)} \cdot (T_1 - T_2) \quad \text{W}$$

# Beispiele





## Stationäre Wärmeübertragung

3.1.1

Notizen

### Wärmekonvektion

3.1.1.3

#### Wärmestrom

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot \Delta T \quad \text{W}$$

#### Erzwungene Konvektion

$$Nu = C_1 \cdot Re^{C_2} \cdot Pr^{C_3} \quad \text{emp} \quad -$$

Allgemeine Gleichung

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \quad \text{emp} \quad -$$

1

Re > 10000, 0,6 < Pr < 2500, l\_Rohr/d\_Rohr > 50

für Strömungen in geraden Rohre im turbulenten Bereich

weitere Gleichungen siehe Vauck, Müller

#### Freie Konvektion

$$Nu = C_1 \cdot (Gr \cdot Pr)^{C_2} \quad \text{emp} \quad -$$

Allgemeine Gleichung

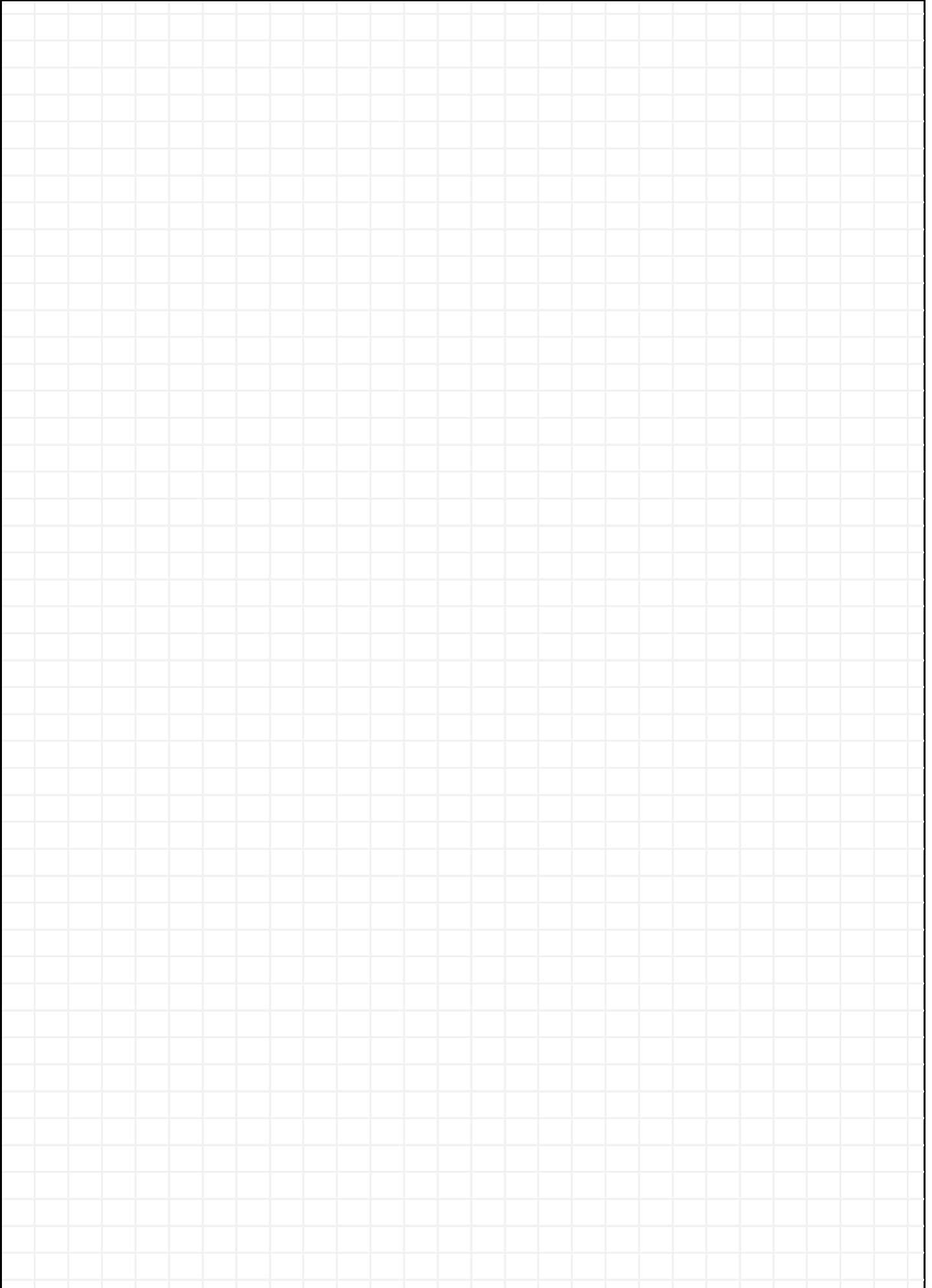
$$Nu = 0,49 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25} \quad \text{emp} \quad -$$

1

10<sup>3</sup> < Gr\*Pr < 3,7\*10<sup>7</sup>

für gerade Rohre (senkrecht oder waagrecht)

# Beispiele



## Stationäre Wärmeübertragung

3.1.1

Notizen

### Wärmedurchgang

3.1.1.4

#### Wärmestrom

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta T_{ln} \quad \text{W}$$

#### Wärmedurchgangskoeffizient - gekr. mehrsch. Wand (Zylinder)

$$\dot{Q} = U_a \cdot A_a \cdot \Delta T_{ln} \quad \text{W}$$

$$U_a = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} \cdot \frac{d_a}{d_i} + \frac{d_a}{2} \cdot \sum_k \left( \frac{1}{\lambda_k} \cdot \ln \left( \frac{d_{a,k}}{d_{i,k}} \right) \right) + \frac{1}{\alpha_a}} \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Bezugsfläche ist Aussenfläche

$$\dot{Q} = U_i \cdot A_i \cdot \Delta T_{ln} \quad \text{W}$$

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{d_i}{2} \cdot \sum_k \left( \frac{1}{\lambda_k} \cdot \ln \left( \frac{d_{a,k}}{d_{i,k}} \right) \right) + \frac{1}{\alpha_a} \cdot \frac{d_i}{d_a}} \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Bezugsfläche ist Innenfläche

$$\dot{Q} = U_{\text{Rohr}} \cdot \pi \cdot l \cdot \Delta T_{ln} \quad \text{W}$$

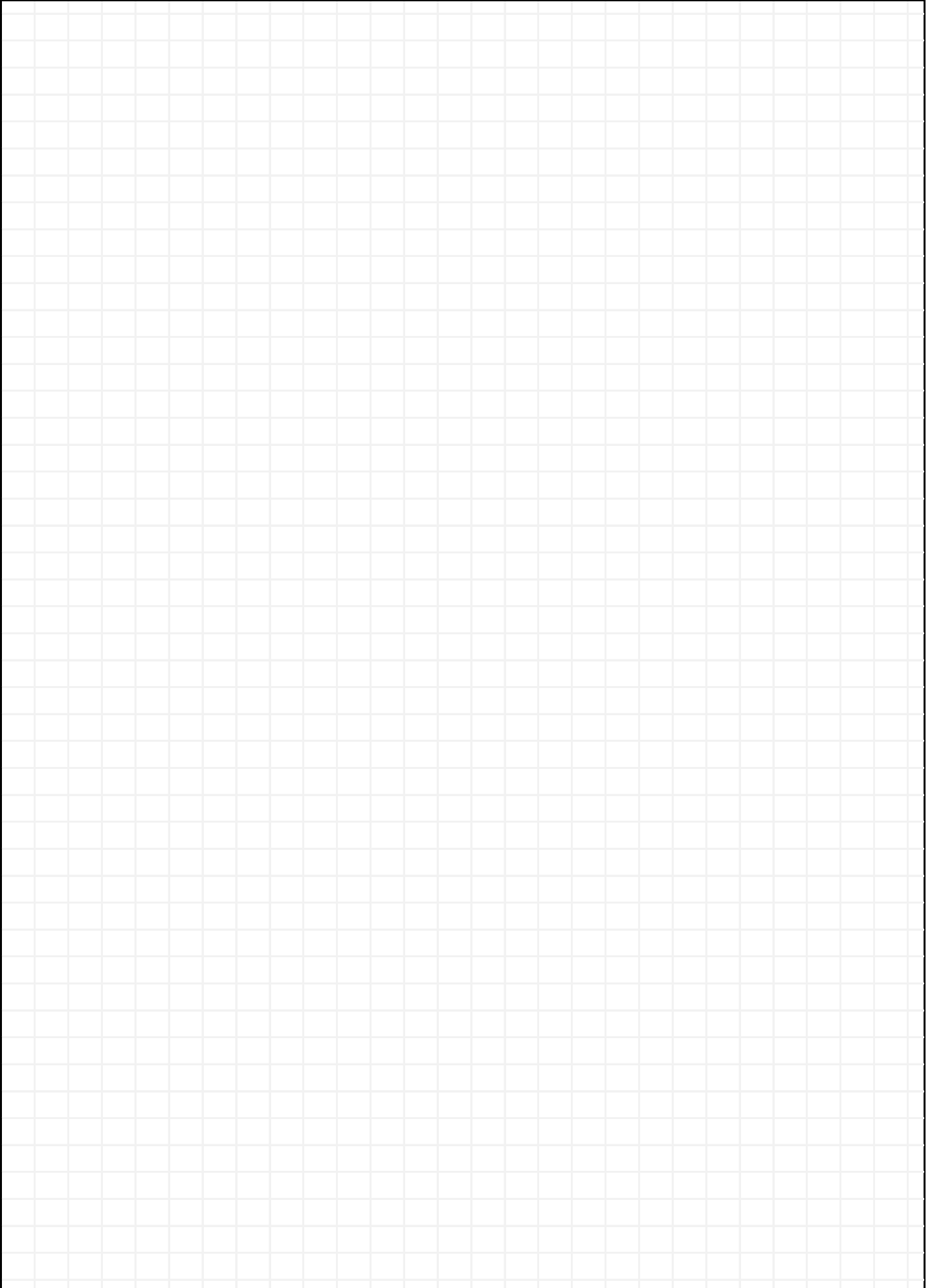
$$U_{\text{Rohr}} = \frac{1}{\frac{1}{d_i \alpha_i} + \frac{1}{2} \cdot \sum_k \left( \frac{1}{\lambda_k} \cdot \ln \left( \frac{d_{a,k}}{d_{i,k}} \right) \right) + \frac{1}{d_a \alpha_a}} \quad \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

#### Wärmedurchgangskoeffizient - gekr. mehrsch. Wand (Kugel)

$$\dot{Q} = U_k \cdot \pi \cdot \Delta T_{ln} \quad \text{W}$$

$$U_k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i \cdot d_i^2} + \frac{1}{2} \cdot \sum_k \left( \frac{1}{\lambda_k} \cdot \left( \frac{1}{d_{i,k}} - \frac{1}{d_{a,k}} \right) \right) + \frac{1}{\alpha_a \cdot d_a^2}} \quad \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

# Beispiele



## Stationäre Wärmeübertragung

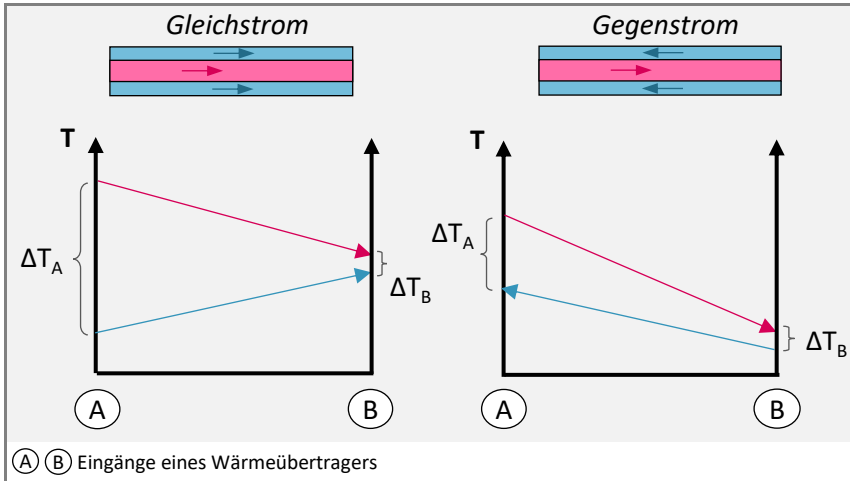
3.1.1

Notizen

## Wärmeübertrager

3.1.1.5

### Temperaturprofile



### Wärmestrom

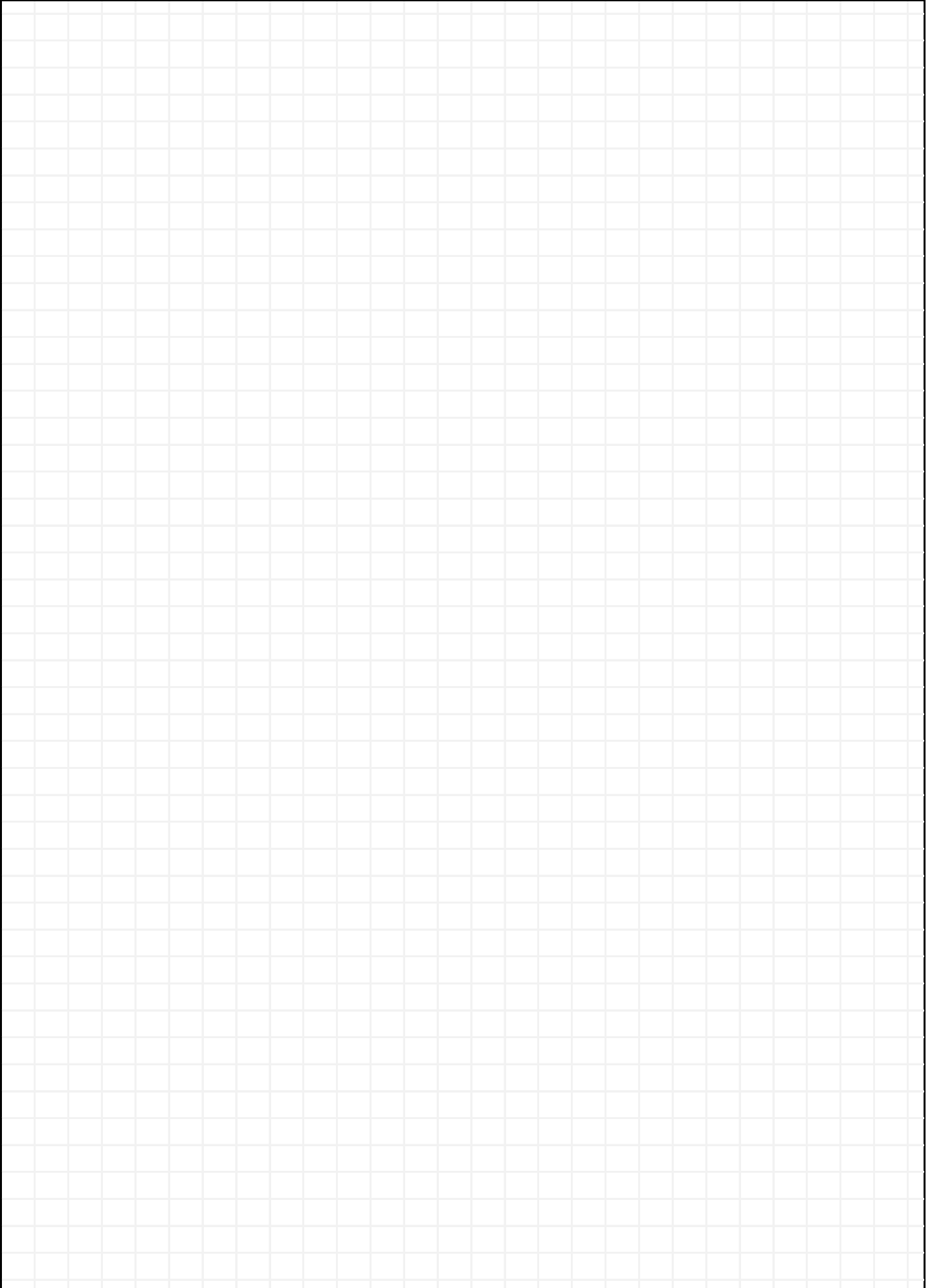
$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta T_{ln} \quad \text{W}$$

### Mittlere Logarithmische Temperaturdifferenz

$$\Delta T_{ln} = \frac{\Delta T_A - \Delta T_B}{\ln\left(\frac{\Delta T_A}{\Delta T_B}\right)} \quad \text{K}$$

$\Delta T_A, \Delta T_B$ : Temperaturdifferenz zwischen den Strömen eines WÜ

# Beispiele



## Stationäre Wärmeübertragung

3.1.1

Notizen

## Wärmestrahlung

3.1.1.6

### Wärmestrom

$$\dot{Q} = C_{1,2} \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

W

$$T_1 > T_2$$

### Strahlungskonstanten

$$C_S = 5,67 \cdot 10^{-8}$$

$\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$

$$C_i = \varepsilon_i \cdot C_S$$

für Oberflächen

*gilt auch für*  
↓

$$C_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_S}}$$

für zwei parallele Flächen

$$C_{1,2} = \frac{1}{2 \cdot \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_S} \right)}$$

wenn  $C_1 = C_2$

für zwei parallele Flächen mit Zwischenwand

$$C_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{A_1}{A_2} \cdot \left( \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_S} \right)}$$

für Körper 2 umschließt Körper 1 vollkommen

$$C_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{d_1}{d_2} \cdot \left( \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_S} \right)}$$

für unendlich lange Zylinder

$$C_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 \cdot \left( \frac{C_S - C_2}{C_2} \right)}$$

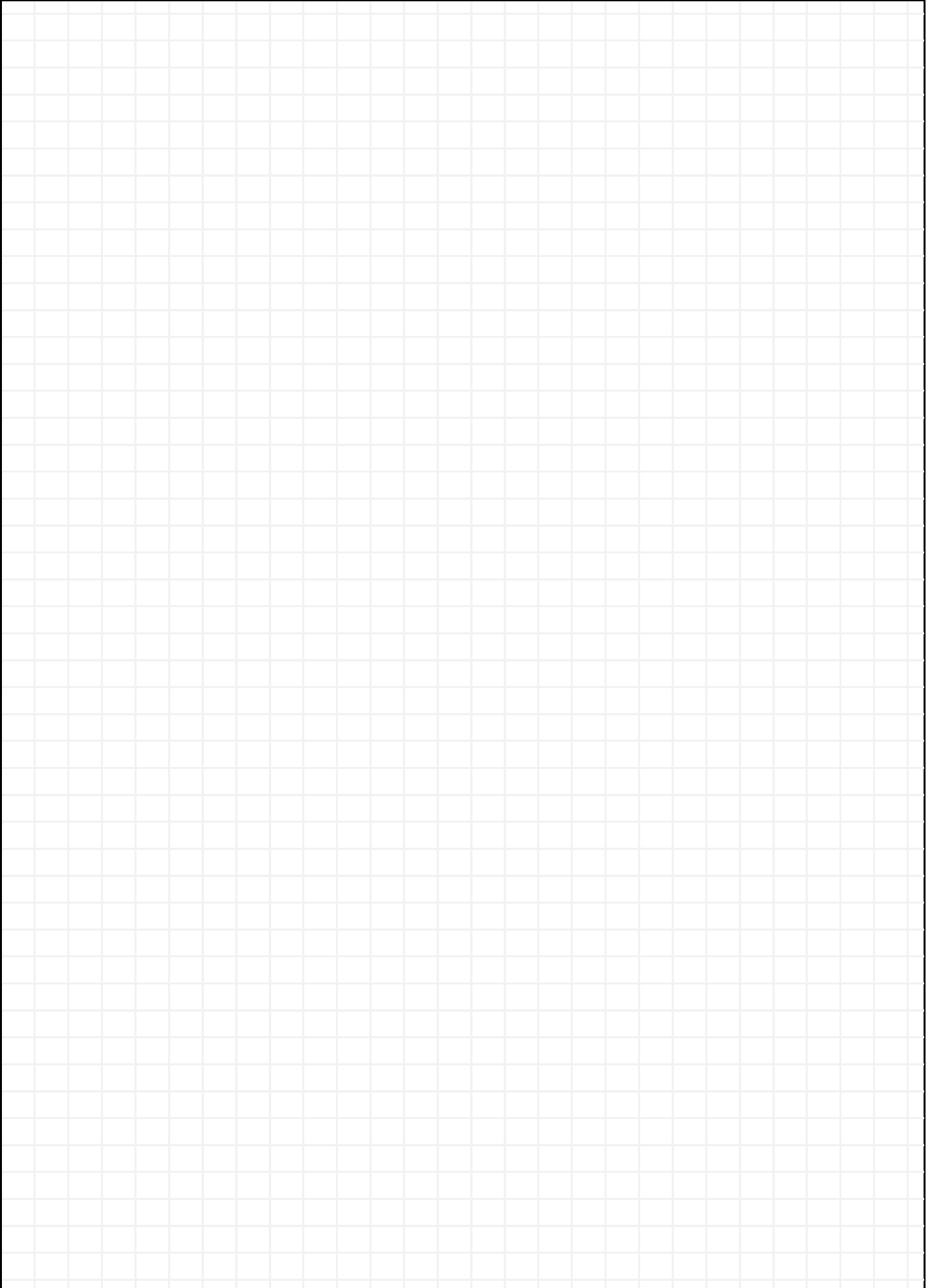
für konzentrische Kugeln

$$C_{1,2} = C_1 = \varepsilon \cdot C_S$$

für Einzelkörper ohne im unendlichen Raum

$C_S$  wird oft auch als  $\sigma_S$  angegeben

# Beispiele





## Stationäre Wärmeübertragung

3.1.1

Notizen

## Wärmestrahlung

3.1.1.6

### Kirchhoff Gesetz (Emissionsverhältnis)

$$\varepsilon = \frac{E}{E_s}$$

-

### Planck'sches Strahlungsgesetz

$$I_{s,\lambda}(T) = c_1 \cdot \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda \cdot T}} - 1}$$

$\frac{W}{m^3}$

$T_1 > T_2$

### Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$E_{s,T} = \sigma_s \cdot T^4$$

$\frac{W}{m^2}$

### Wien'scher Verschiebungssatz

$$\lambda_{max} = \frac{2897,8 \mu m K}{T}$$

$\mu m$

### Wärmestrom

$$\dot{Q} = A \cdot \alpha_s \cdot (T_1 - T_2)$$

W

$T_1 > T_2$

### Wärmeübertragungskoeffizient

$$\alpha_s = c_{1,2} \cdot \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2}$$

$\frac{W}{m^2 K}$

$T_1 > T_2$

### Wärmestrom - Konvektiv und Strahlung

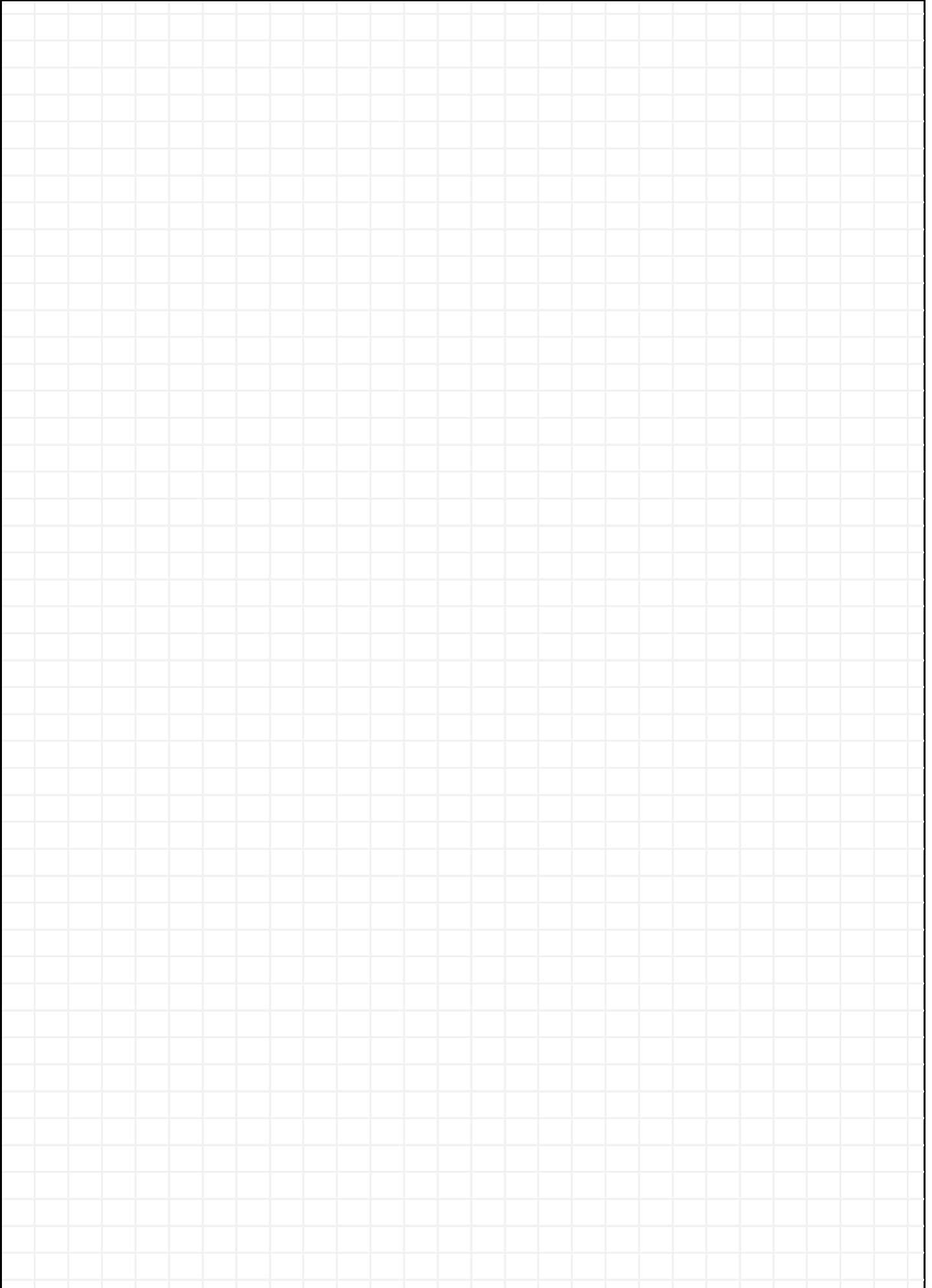
$$\dot{Q} = A \cdot \alpha_{ges} \cdot \Delta T$$

W

$$\alpha_{ges} = \alpha_{konvektiv} + \alpha_{Strahlung}$$

$\frac{W}{m^2 \cdot K}$

# Beispiele



## Instationäre Wärmeübertragung

3.1.2

Notizen

### Fourier'sche Gleichung der Wärmeleitung (instationär)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_T \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{e_q}{\rho \cdot c_p} \quad \frac{\text{K}}{\text{s}}$$

### Fourier'sche Gleichung (Dimensionslos)

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{n}{\xi} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \quad -$$

$n=0 \rightarrow$  Ebene Platte,  $n=1 \rightarrow$  Zylinder,  $n=2 \rightarrow$  Kugel

nicht analytisch lösbar

numerische Lösung durch Fourier-Reihen

### Dimensionslose Länge

$$\xi = \frac{x}{L} \quad -$$

### Dimensionslose Zeit

$$Fo = \frac{a_T \cdot t}{l_{Cha}^2} \quad -$$

### Dimensionslose Temperatur

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \quad -$$

$T$  : Aktuelle Temperatur  
 $T_0$  : Anfangstemperatur  
 $T_\infty$  : Umgebungstemperatur

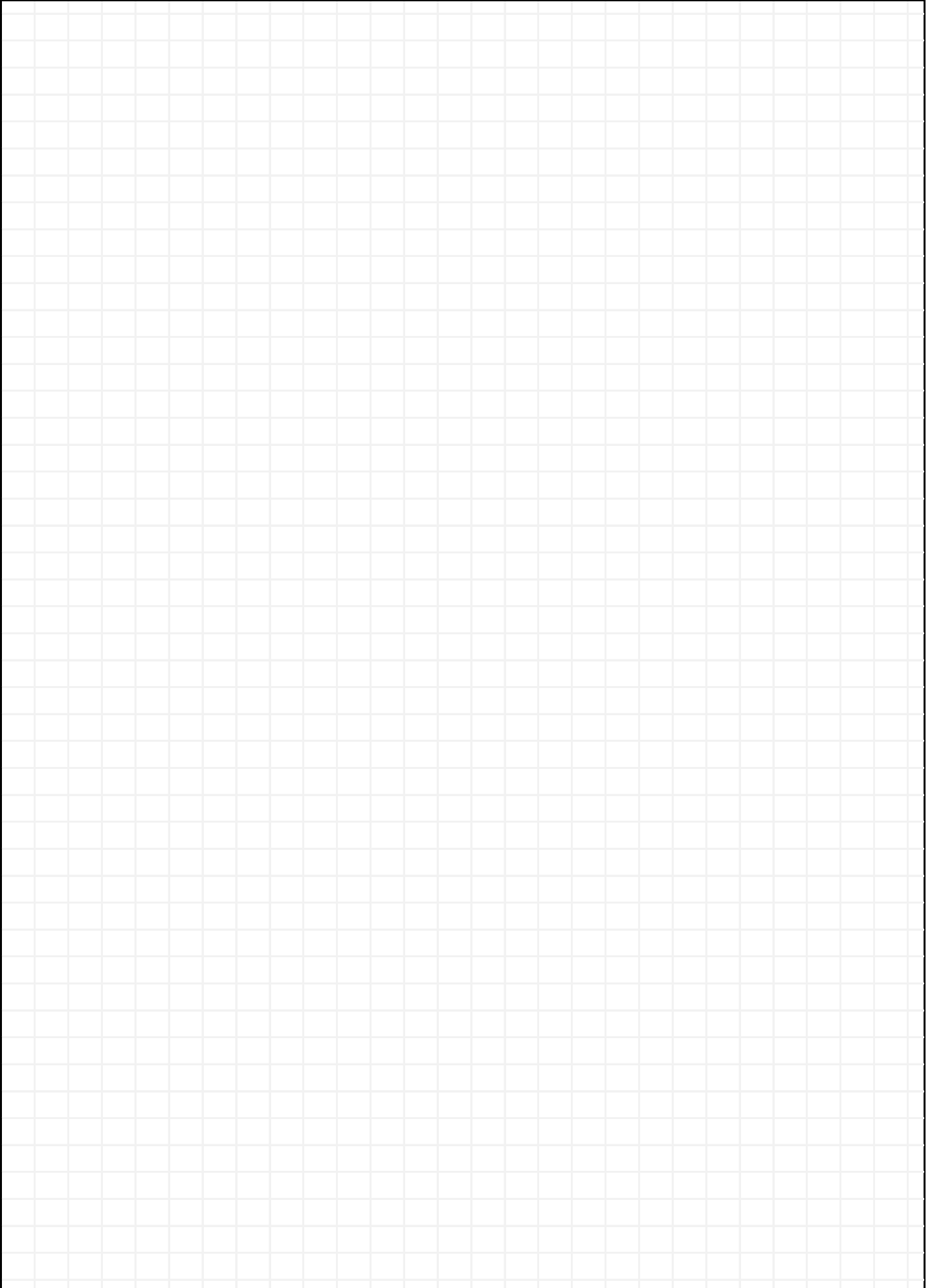
### Sonderfall: Kontakttemperatur zweier Körper

$$T_K = \frac{T_{A,w} + \sqrt{\frac{\lambda_k \cdot \rho_k \cdot c_{p,k}}{\lambda_w \cdot \rho_w \cdot c_{p,w}}} \cdot T_{A,k}}{1 + \sqrt{\frac{\lambda_k \cdot \rho_k \cdot c_{p,k}}{\lambda_w \cdot \rho_w \cdot c_{p,w}}}} \quad \text{K}$$

$T_{A,w} > T_{A,2}$

nach kurzer Zeit (Fo ist klein)

# Beispiele



## Allgemein

3.2.1

Notizen

### Daltonsche Gesetz

$$p_{ges} = \sum p_{D,i}$$

Pa

$$p_{ges} = p_A + p_B = x_A \cdot p_A^\circ + (1 - x_A) \cdot p_B^\circ$$

untere Gleichung für 2 Stoffe

### Raoult'sche Gesetz

$$p_{D,i} = p_i^\circ \cdot x_i$$

Pa

für ideales Gasgemisch

### Relative Flüchtigkeit bzw. Trennfaktor

$$\alpha = \frac{p_{Ls}^\circ}{p_{Ss}^\circ}$$

-

### Tauliniengleichung im p(x) - Diagramm (T=const.)

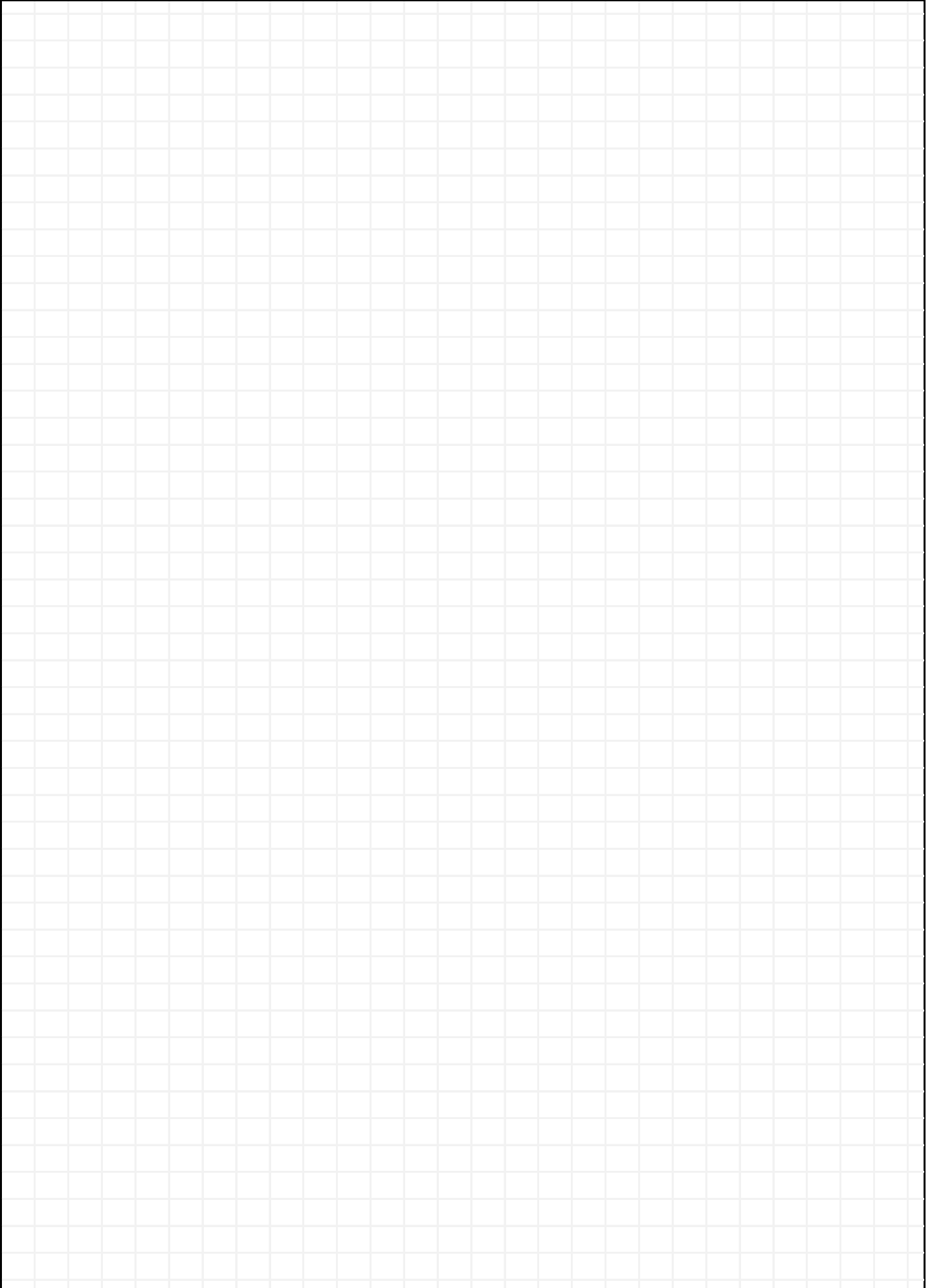
$$y_{Ls} = \frac{x_{Ls} \cdot p_{Ls}^\circ}{x_{Ls} \cdot p_{Ls}^\circ + (1 - x_{Ls}) \cdot p_{Ss}^\circ}$$

-

$$y_{Ls} = \frac{\alpha \cdot x_{Ls}}{1 + (\alpha - 1) \cdot x_{Ls}}$$

-

# Beispiele



## Kontinuierliche Rektifikation

3.2.2

Notizen

### Bilanzierung

3.2.2.1

#### Gesamte Kolonne

$$\dot{n}_D = \frac{x_F - x_S}{x_{Dest} - x_S} \cdot \dot{n}_F \quad \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

#### Rücklaufverhältnis

$$v = \frac{\dot{n}_R}{\dot{n}_{Dest}} \quad -$$

#### Einlaufverhältnis

$$\varepsilon = \frac{\dot{n}_F}{\dot{n}_{Dest}} \quad -$$

#### Bilanzgerade des Verstärkungsteils (Arbeitsgerade)

$$y = \frac{\dot{n}_R}{\dot{n}_R + \dot{n}_{Dest}} \cdot x + \frac{\dot{n}_{Dest}}{\dot{n}_R + \dot{n}_{Dest}} \cdot x_{Dest}$$

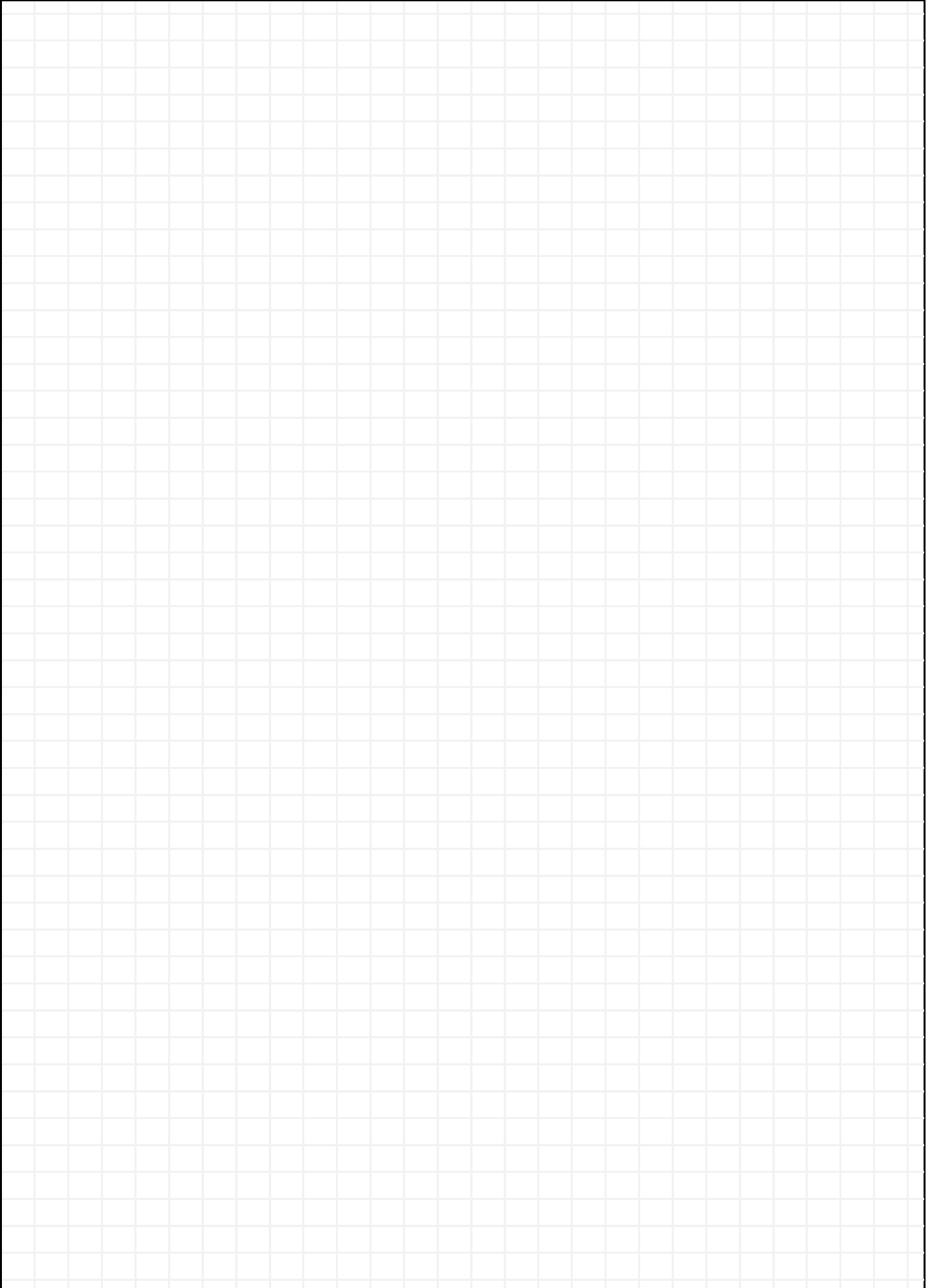
$$y = \frac{v}{v+1} \cdot x + \frac{1}{v+1} \cdot x_{Dest}$$

#### Bilanzgerade des Abtriebsteils (Arbeitsgerade)

$$y = \frac{\dot{n}_{lq}}{\dot{n}_{lq} - \dot{n}_S} \cdot x - \frac{\dot{n}_S}{\dot{n}_{lq} - \dot{n}_S} \cdot x_S$$

$$y = \frac{v + \varepsilon}{v + 1} \cdot x - \frac{\varepsilon - 1}{v + 1} \cdot x_S$$

# Beispiele





## Kontinuierliche Rektifikation

3.2.2

Notizen

### Kolonne

3.2.2.2

#### Minimales Rücklaufverhältnis

$$v_{min} = \frac{1}{\alpha - 1} \cdot \left( \frac{x_{Dest}}{x_F} - \alpha \cdot \frac{1 - x_{Dest}}{1 - x_F} \right)$$

nu,opt ca. 1,1 ... 1,5 \* nu,min

#### Minimale Bodenzahl

$$n_{min} = \frac{\log \left( \frac{y_{Dest} \cdot (1 - x_F)}{x_F \cdot (1 - y_{Dest})} \right)}{\log \alpha}$$

$$= \frac{\log \left[ \left( \frac{x_{Dest}}{1 - x_{Dest}} \right) \cdot \left( \frac{1 - x_S}{x_S} \right) \right]}{\log \alpha} - 1$$

#### Bodenverstärkungsverhältnis

$$E = \frac{y_n - y_{n-1}}{y_n^* - y_{n-1}}$$

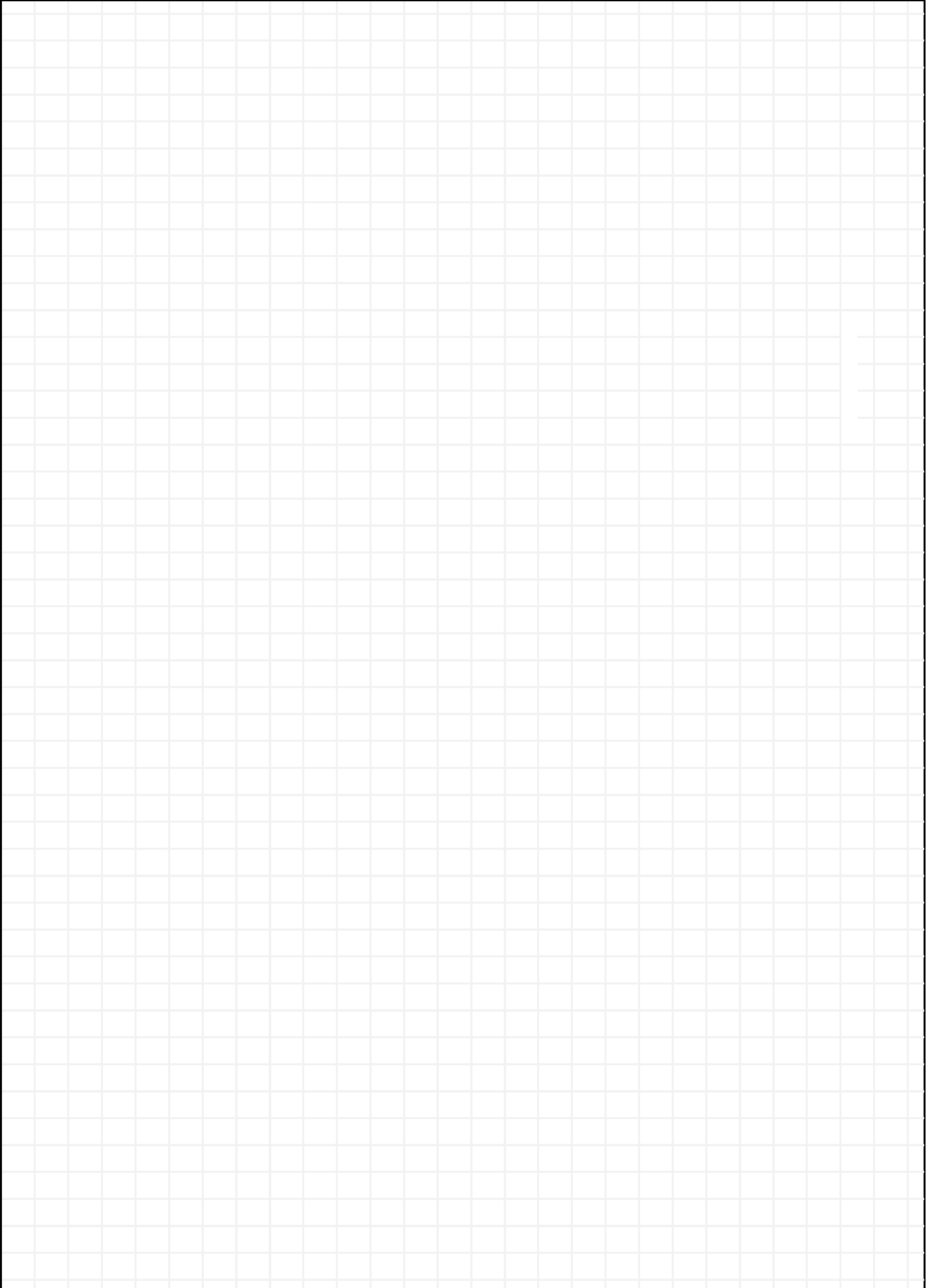
#### Praktische Stufenzahl

$$n_{prak} = \frac{n_{th}}{E}$$

#### Thermischer Einlaufzustand

$$\varphi = \frac{h_G - h_F}{h_G - h_L}$$

# Beispiele



**Bilanzierung**

$$\dot{m}_{TS} \cdot (X_{\alpha} - X_{\omega}) = \dot{m}_{TL} \cdot (Y_{\omega} - Y_{\alpha}) = \dot{m}_W \quad \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

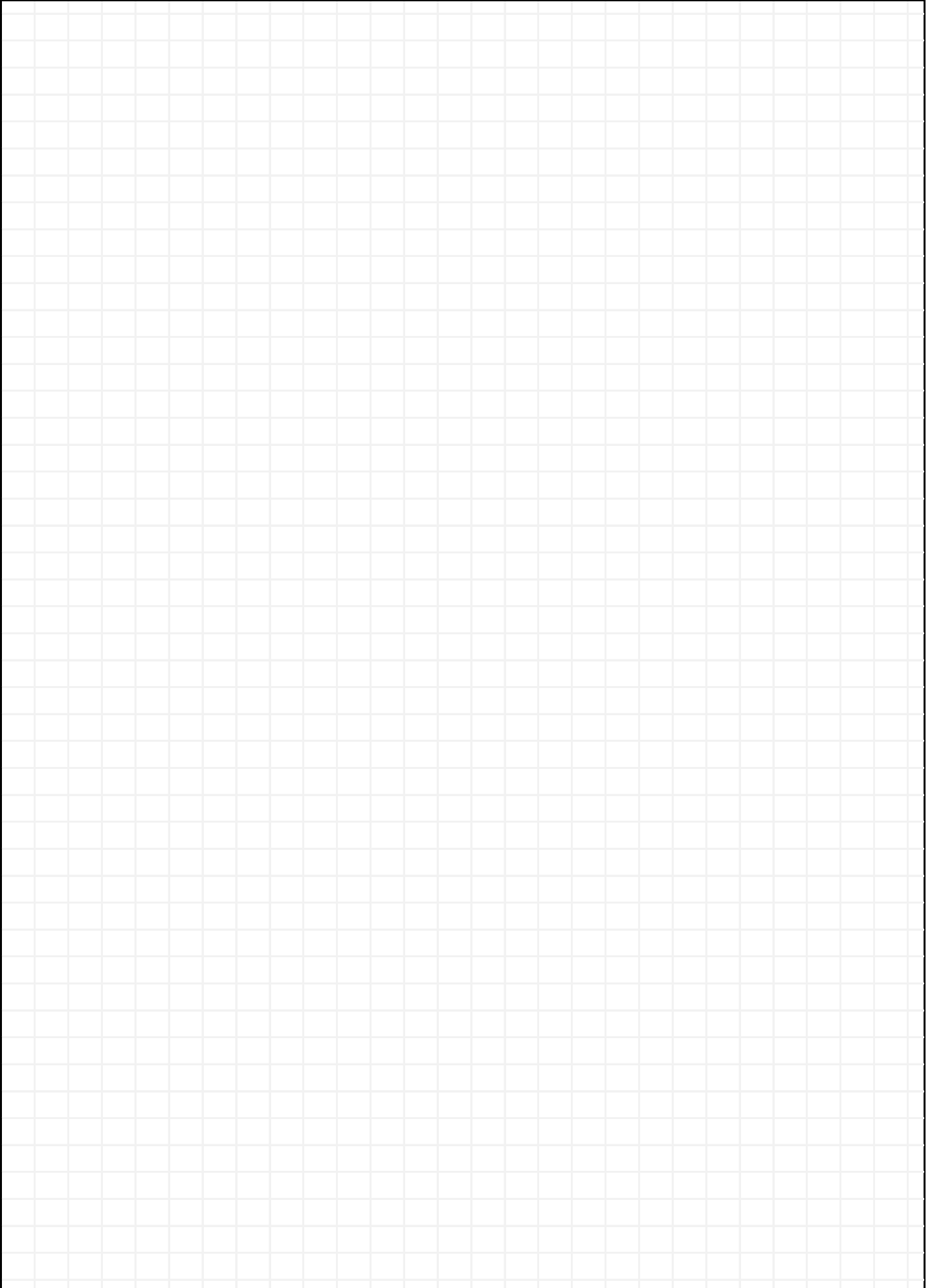
TS, TL: wasserfrei

**Wärmebedarf idealer Trockner**

$$\dot{Q} = \dot{m}_{TL} \cdot (h_2 - h_1) \quad \text{W}$$

h: für Trockene Luft (Mollier-Diagramm)









# Beispiele

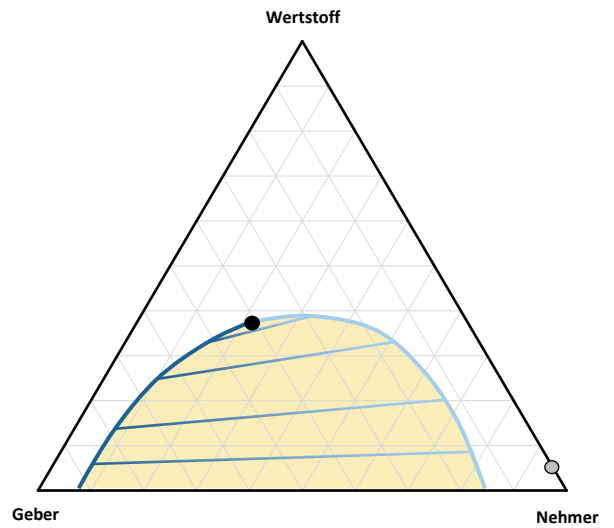


## Dreiecksdiagramm

3.4.1

### Symbolik

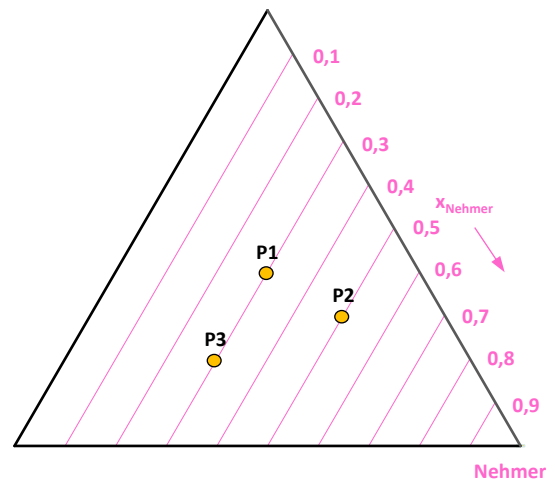
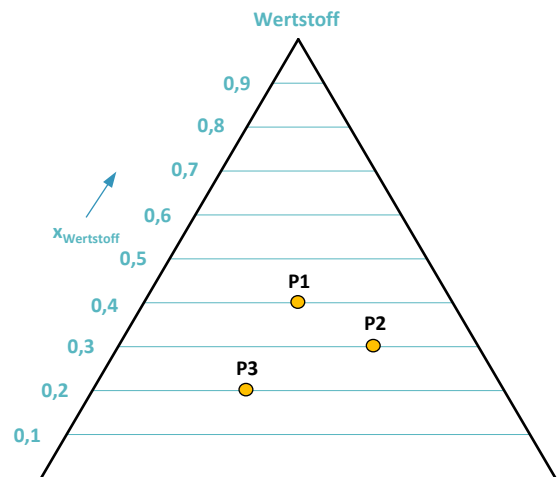
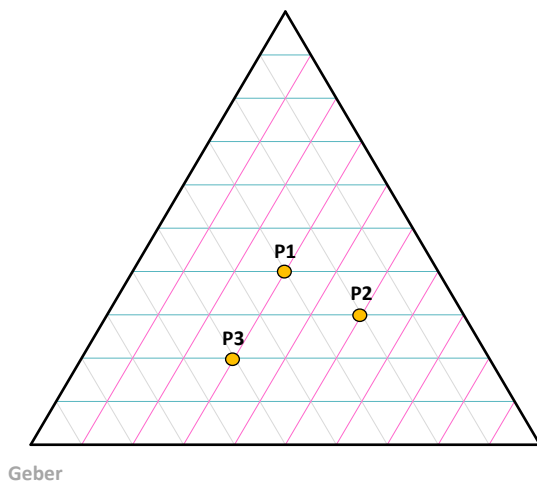
	1-Phasen Gebiet
	2-Phasen Gebiet (Mischungslücke)
	Eckpunkte: Reinstoffe, Verbindungslinie: Binärgemisch
	Binodalkurve
	Konoden
	Raffinatast
	Extraktast
	Zustandspunkt
	Kritischer Punkt



### Beispielhafte Zustandspunkte

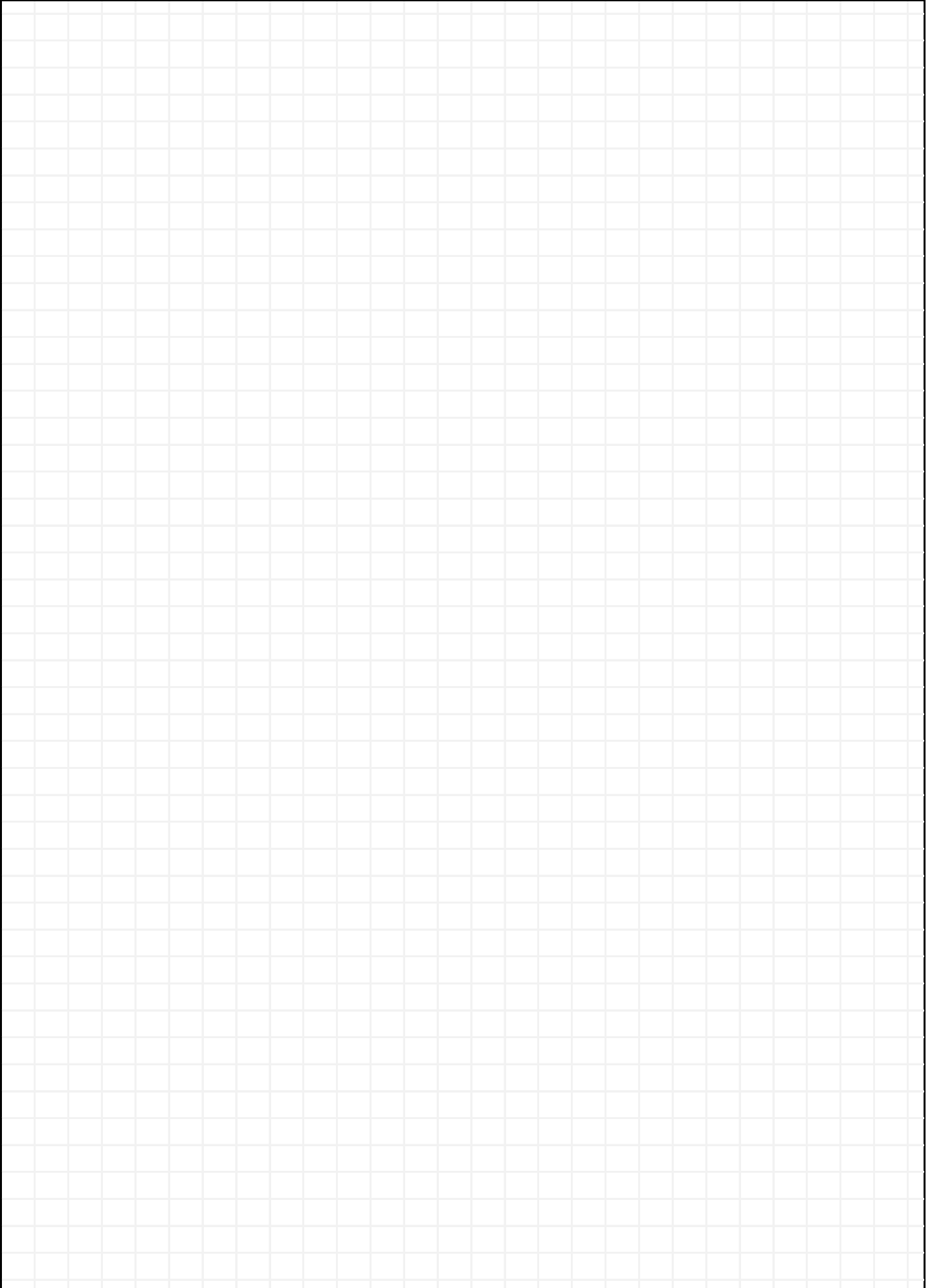
	P1	P2	P3
G	0,3	0,2	0,5
W	0,4	0,3	0,2
N	0,3	0,5	0,3

Werte in Anteile (-)



Achsenbeschriftung kann auch gegenläufig und gespiegelt sein!

# Beispiele



Allgemein

3.4.2

Notizen

### Hebelgesetz im Dreiecksdiagramm

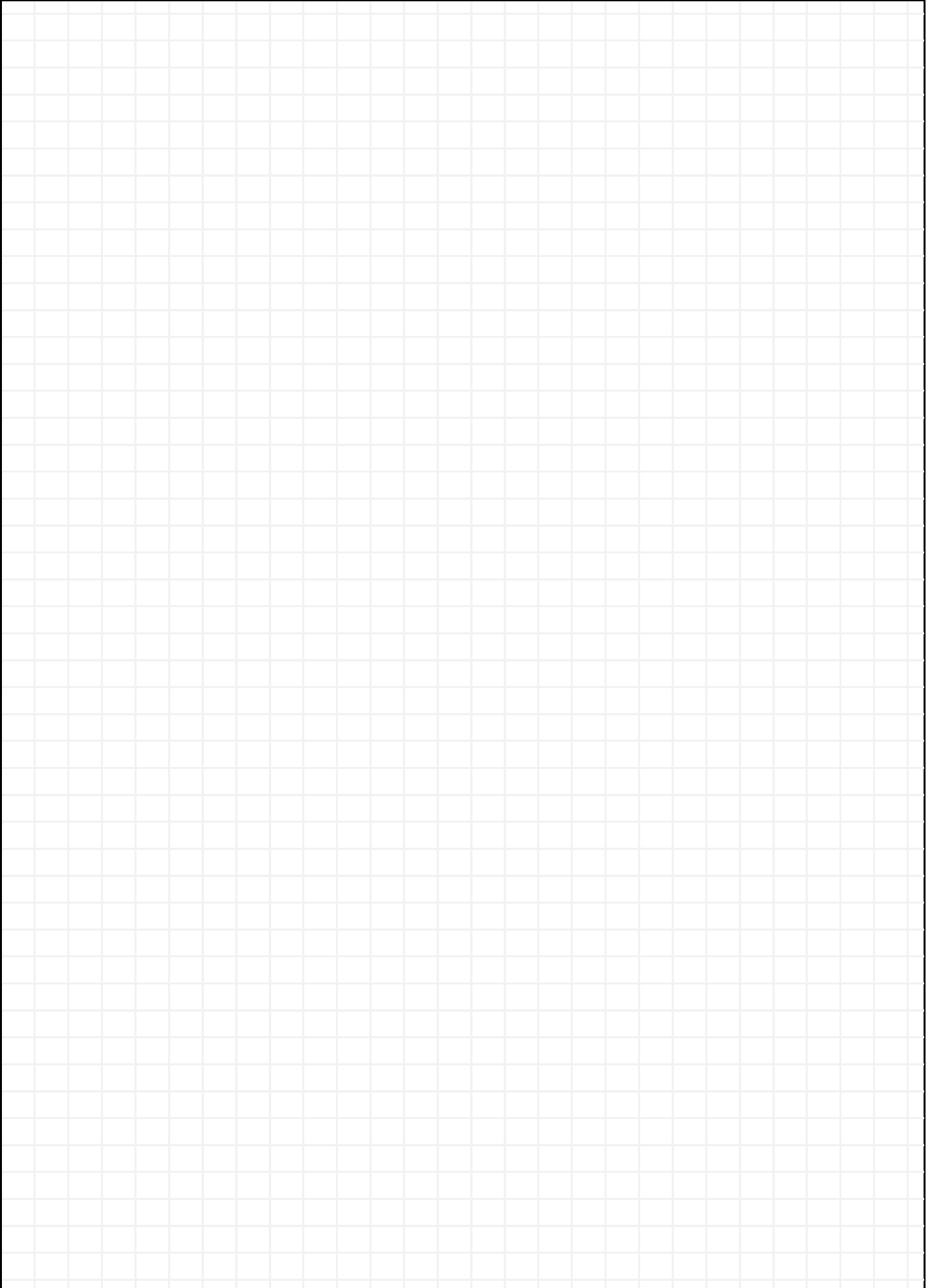
$$G_i \cdot \overline{G_i M} = N_i \cdot \overline{N_i M} \quad \text{kg} \cdot \text{m}$$

für Bestimmung von Geber- oder Nehmerphase im Dreiecksdiagramm

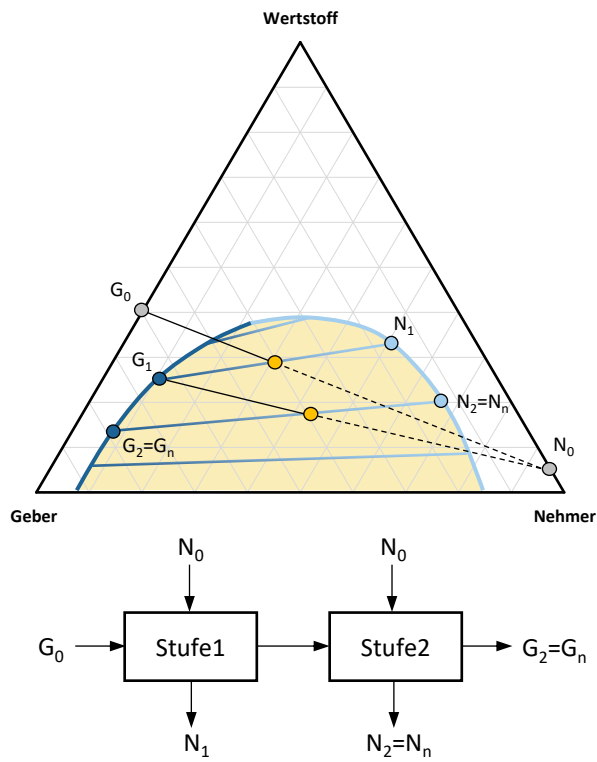
$$M \cdot \overline{G_{i+1} M} = N_{i+1} \cdot \overline{N_{i+1} M} \quad \text{kg} \cdot \text{m}$$

für Bestimmung von Extrakt- oder Raffinatphase im Dreiecksdiagramm

# Beispiele





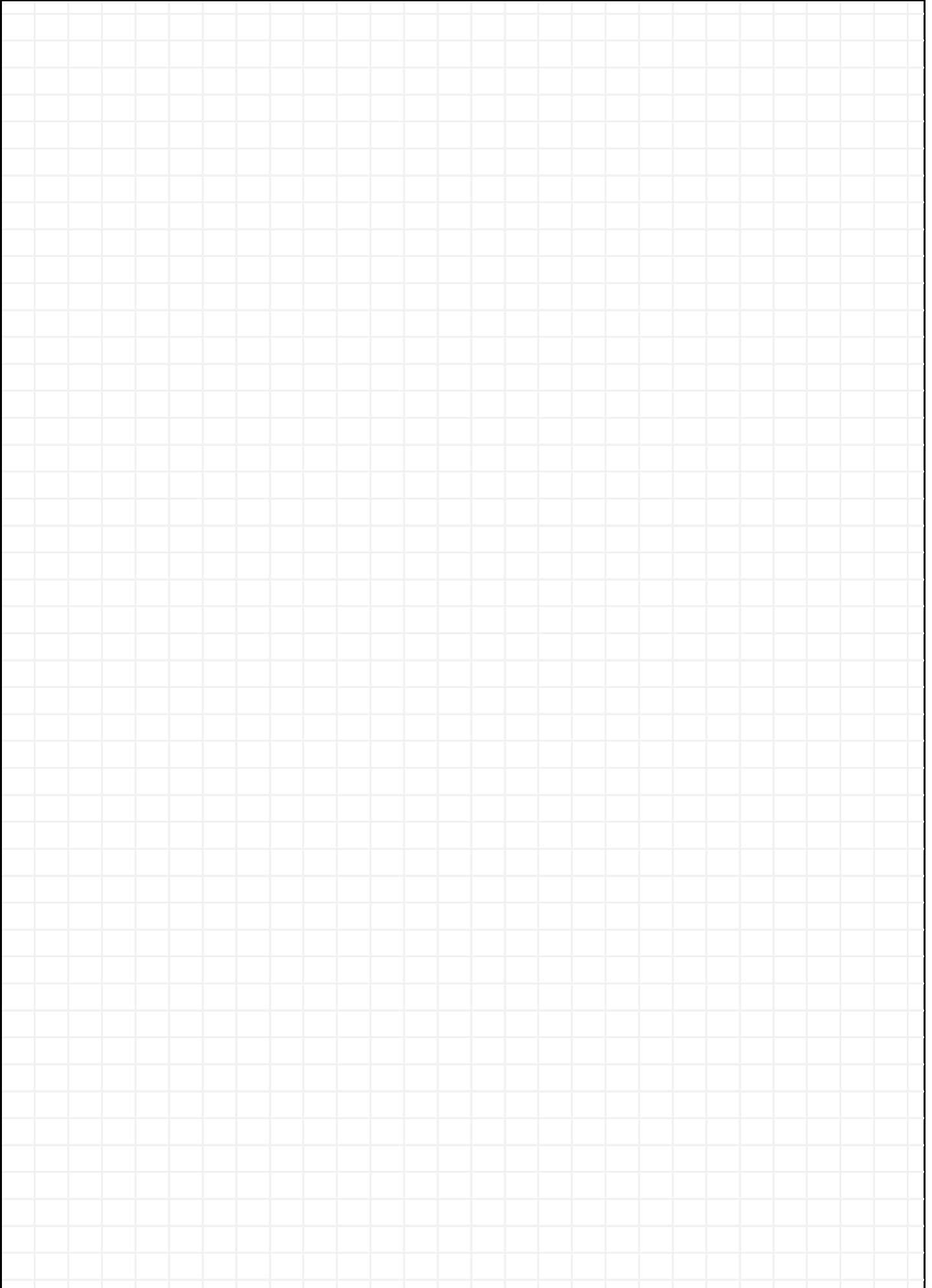


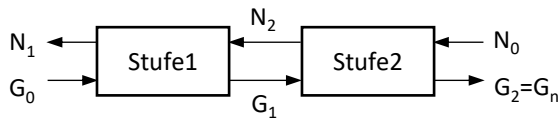
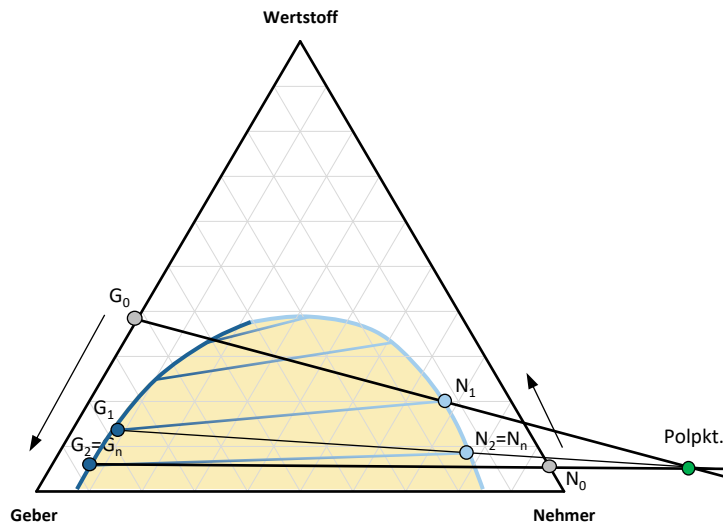
### Bilanzierung

$$G_i + N_i = M = G_{i+1} + N_{i+1} \quad kg$$

für eine theoretische Stufe

# Beispiele





### Bilanzierung

$$G_0 + N_0 = M = G_n + N_n \quad kg$$

# Beispiele

