

Aufgabenserie 12 zur Vorlesung "Mathematik für Betriebswirte"

1. Bestimmen Sie die Integrale

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \int (\sqrt{x}(1+x) + 7 \cos x - e^x) dx, & \text{b)} \quad & \int_1^2 \frac{(x^2+1)^2}{x} dx, \\ \text{c)} \quad & \int x e^{x^2} dx, & \text{d)} \quad & \int (e^{3x} + \sin(x-1)) dx, & \text{e*)} \quad & \int x^3 \sqrt{x^4+1} dx, \\ \text{f)} \quad & \int_1^2 \left(3 \cdot 2^x - \frac{1}{x^3} \right) dx, & \text{g*)} \quad & \int x^{-2} e^{-1/x} dx, \\ \text{h*)} \quad & \int \sqrt{x} \ln x dx, & \text{i)} \quad & \int_2^3 \frac{x^2}{x^3-7} dx. \end{aligned}$$

Hinweis: Multiplizieren Sie ggf. aus.

2*. Bestimmen Sie die lokalen Extremwerte (Stelle, Funktionswert und Art des Extremums) der Funktion

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & f(x, y) = -x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 2 \ln(x), & \text{b)} \quad & f(x, y) = -2x^2 y^2 + 2x^2 y - 6x^2 + y^3 - 48y, \\ \text{c)} \quad & f(x, y) = x^2 + y^3 - 2xy, & \text{d)} \quad & f(x, y) = -6x^3 y + 3x^2 y^2 + 3x^4 - 2x^3 + 24x. \end{aligned}$$

Ermitteln Sie bei a) zunächst den Definitionsbereich der Funktion $f(x, y)$.

3*. Ein Unternehmen arbeitet mit der Kostenfunktion

$$K(x) = 20e^{0.05x} \quad \text{für } x \geq 0.$$

Für den Absatz der produzierten Güter ist die Preisfunktion $p(x) = \frac{400}{x} e^{0.01x}$ zu verwenden.

- a) Für welchen Output x erreicht das Unternehmen den maximalen Gewinn?
- b) Bei welchem Output x arbeitet das Unternehmen im Betriebsoptimum, bei dem die Stückkosten minimal sind?