

Aufgabenserie 2 zur Vorlesung "Mathematik für Betriebswirte"

1. Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $3\vec{a} - 2\vec{b}$ ,  $\vec{a} + 2\vec{c}$ ,  $\vec{a} - 4\vec{b} + 3\vec{c}$ ,  $\vec{b}^\circ$  und die Länge der Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .
- b) Bestimmen Sie  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  und  $\vec{a} \cdot (1645\vec{c})$ .
- c) Wie groß ist der Winkel zwischen  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ ? Geben Sie den Winkel in Grad- und Bogenmaß an.

2. Welcher Vektor  $\vec{v}$  erfüllt die Gleichung

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 2\vec{v} = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} ?$$

3. Zeigen Sie, dass von den drei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

jeweils zwei senkrecht aufeinander stehen. Berechnen Sie  $\vec{a}^\circ, \vec{b}^\circ, \vec{c}^\circ$ . Welche Vektoren stehen senkrecht auf  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ ?

4. Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- a) Wie groß ist der Winkel  $\alpha$  zwischen  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ ?

- b) Wie groß ist der Winkel von  $\vec{c}$  mit der  $x$ -Achse?  
c) Stehen die beiden Vektoren  $\vec{a}$  und  $3\vec{b} + 7\vec{c}$  senkrecht aufeinander?

5. Vorgegeben sind die Punkte  $A(1, 2, 0)$ ,  $B(2, 5, -4)$ ,  $C(-1, 4, -1)$ . Bestimmen Sie die Innenwinkel des Dreiecks  $\triangle ABC$ . Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks?

6. Ein Unternehmen produziert 5 Produkte in den Mengen  $110l$ ,  $45m^2$ ,  $4t$ ,  $7000kg$  und  $231m^3$ . Beim Verkauf der Produkte konnte einen Erlös von  $23Euro$  je  $l$ ,  $10Euro$  je  $m^2$ ,  $500Euro$  je  $t$ ,  $0.20$  je  $kg$ ,  $9Euro$  je  $m^3$  erzielt werden. Geben Sie den Outputvektor und den Preisvektor an. Berechnen Sie Gesamterlös.

7. Wir betrachten die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie die Länge des Vektors  $\vec{a}$ , den zugehörigen normierten Vektor und die Winkel von  $\vec{a}$  zu den Koordinatenachsen (in Grad- und Bogenmaß).  
b) Welchen Winkel schließen  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  bzw.  $\vec{a}$  und  $-\vec{b}$  ein?  
c) Welcher Vektor muss zum Vektor  $\vec{a}$  addiert werden, um den Vektor  $\vec{b}$  zu erhalten?