

Aufgabenserie 3 zur Vorlesung "Mathematik für Betriebswirte"

1. Vorgegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{a}$, $\vec{a} \times (100\vec{b})$.

b) Wie groß sind $\vec{a} \times \vec{i}$, $\vec{a} \times \vec{a}$, $\vec{j} \times (\vec{j} - 3\vec{k})$?

2. Gegeben seien die Punkte $P_1(2, -1, 2)$, $P_2(4, 1, -4)$ und $P_3(1, -1, 0)$. Berechnen Sie:

a) den Winkel $\alpha = \angle P_2P_3P_1$ (Angabe in Grad- und Bogenmaß) und

b) den Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle P_1P_2P_3$.

3. Berechnen Sie das Volumen des (unregelmäßigen) Tetraeders mit den Eckpunkten $A(2, 1, 3)$, $B(4, -1, 3)$, $C(4, 2, 1)$ und $S(7, 2, 2)$.

4. Gegeben sei ein Dreieck mit den Eckpunkten $A(2, 0, 1)$, $B(3, 2, 0)$, $C(0, 2, 4)$. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks mit Hilfe des Vektorproduktes.

5. Die Punkte $P_1(1, 1, 2)$, $P_2(7, -4, 0)$, $P_3(5, 1, 1)$ und $P_4(4, 5, 1)$ seien die Eckpunkte eines Tetraeders. Bestimmen Sie:

a) den Winkel $\alpha = \angle P_1P_3P_2$ (Angabe in Grad- und Bogenmaß),

b) den Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle P_2P_3P_4$ und

c) das Volumen des Tetraeders.

6*. Die Punkte $P_1(1, -1, 2)$, $P_2(0, 3, 4)$, $P_3(1, 1, 7)$ und $P_4(4, 5, 1)$ seien die Eckpunkte eines Tetraeders. Berechnen Sie:

a) den Winkel $\alpha = \angle P_1P_3P_2$ (Angabe in Grad- und Bogenmaß) und

b) das Volumen des Tetraeders.

c) Geben Sie einen Vektor an, der senkrecht auf der Grundfläche $\triangle P_1P_2P_3$ steht. Welchen Winkel schließt dieser Vektor mit $\overrightarrow{P_1P_4}$ ein?

7*. Ein Unternehmen benötigt 5 Rohstoffe in den Mengen $120m^3$, $25t$, $3m^2$, $600kg$ und

2.1l, um die Produktion für einen Monat zu realisieren. Auf dem Markt können die Produkte zunächst für 3Euro je m^3 , 20Euro je t , 1.4Euro je m^2 , 0.9Euro je kg , 43Euro je l , eingekauft werden.

a) Geben Sie die Rohstoffgesamtkosten mit Hilfe der Vektorrechnung an.

b) Sie möchten die Rohstoffkosten um 5% reduzieren und dabei den Anbieter für den 4. Rohstoff wechseln. Zu welchem Preis in Euro je kg müssen Sie den Rohstoff einkaufen?

c) Der Rohstofflieferant ist an eine Preiskopplung gebunden: Die Preise von Rohstoff 2 und 1 stehen im Verhältnis $1 : 0.15$. Sie möchten aber durch eine Reduktion der Preise für die Rohstoffe 1 und 2 zu einer Kostenreduktion um 3% kommen. Welche Preise müssen Sie in den Verhandlungen mit dem Rohstofflieferanten durchsetzen?