

Aufgabenserie 5 zur Vorlesung "Statistik für Betriebswirte"

1*. Die Aktien der Firma GlobalProf.it AG haben in einem Zeitraum von einer Woche einen Wertzuwachs zu verzeichnen, der normalverteilt ist mit dem Erwartungswert von 2 und der Varianz 70 (Einheit des Zuwachses Euro). Die Zuwächse verschiedener Wochen sind unabhängig. Die Aktie steht gerade bei 1000 Euro.

- a) Welche Verteilung besitzt der Wert der Aktie nach 10 Wochen?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Aktie nach 10 Wochen unter 1000 Euro bzw. über 1060 Euro steht?
- c) Geben Sie einen Wert x so an, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.9 der Wert der Aktie größer als x ist.

2. Ein Arbeitsvorgang dauere eine Zeit zwischen 4 und 6 Stunden. Diese Zeit ist gleichmäßig stetig auf dem Intervall $[4, 6]$ verteilt (Einheit Stunden).

- a) Geben Sie den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung an.
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Dauer zwischen 4.3 und 5.1 liegt?

3. Gegeben sei die folgende Verteilungstabelle (Kreuztabelle) für den diskreten Zufallsvektor (X, Y) :

$X \cdot \cdot Y$	3	4	5
1	0.05	*	0.2
2	0.15	0.4	*
			0.3

Die Zufallsgröße X nimmt die Werte 1 und 2, die Zufallsgröße Y die Werte 3,4,5 an. 0.3 ist die Wahrscheinlichkeit bei der Randverteilung für $Y = 5$.

- a) Welche Zahlen sind anstelle der Sterne einzusetzen? Man bestimme die Randverteilungen von X und Y .
- b) Berechnen Sie $E(X)$, $E(Y)$, $\text{Var}(X)$ und $\text{Var}(Y)$?
- c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 1, Y \geq 4)$.
- d) Man untersuche, ob die Zufallsgrößen X und Y unabhängig sind.
- e) Bestimmen den Korrelationskoeffizienten von X und Y . Welche Aussage zur Abhängigkeit von X und Y lässt sich daraus ableiten?

4. Man bestimme folgende Quantile:

- a) das 0.85-Quantil der Standard-Normalverteilung,
- b) das 0.85-Quantil der Normalverteilung mit den Parametern $\mu = 3$ und $\sigma^2 = \frac{1}{4}$,
- c) den Median der Normalverteilung mit den Parametern $\mu = 1$ und $\sigma^2 = 177.8$, und
- d) das 0.7-Quantil der Exponentialverteilung mit dem Parameter $\lambda = 2$.

5*. Eine Firma vergibt Aufträge an verschiedene andere Firmen. Die Bearbeitungsdauer (in Tagen) dieser Aufträge sei normalverteilt mit dem Erwartungswert 20 und der Standardabweichung 5. Der finanzielle Gewinn (in Euro) für die Firma in Abhängigkeit von der Bearbeitungszeit lässt sich durch die Formel $g(x) = 40000 - 500x$ beschreiben.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Bearbeitungsdauer länger als 28 Tage ist?
- b) Welche Verteilung besitzt der zufällige Gewinn?
- c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Gewinn zwischen 25000 und 33000 liegt.

6**. Das Verkehrsunternehmen der Stadt Stromershausen hat sich im Fuhrpark neuartige Elektrobusse zweier Typen angeschafft. Die Lebensdauer wird in 1000 Betriebsstunden (TBh) angegeben und ist jeweils normalverteilt. Die Busse fallen unabhängig voneinander aus.

	Anzahl	Erwartungswert der Lebensdauer	Varianz
Typ 1	15	34	10
Typ 2	22	31	7

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer der Busse vom Typ 1 bzw. vom Typ 2 länger als 38 TBh ist?
- b) Nach welcher Zeit t ist mit einer Wahrscheinlichkeit 0.85 der Elektrobus vom Typ 1 ausgefallen?
- c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle Elektrobusse des Typs 1 nach 25 TBh noch funktionieren.
- d) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nach 28 TBh noch mindestens 13 Busse vom Typ 1 und 20 Busse vom Typ 2 in Betrieb sind.