

Aufgabenserie 5 zur Vorlesung "Statistik für Betriebswirte"

1. Die Baumarktkette Bau-Maxl verkauft Terrassenplatten mit der Normbreite  $50\text{cm}$  (die Länge ist für die weitere Betrachtung uninteressant). Es ist bekannt, dass die Breite der Platten normalverteilt ist mit dem Erwartungswert  $50\text{cm}$  und der Standardabweichung  $2.4\text{cm}$ . Herr Glukmeier möchte 4 Platten mit den beschriebenen Eigenschaften nebeneinander legen, wobei die zufälligen Breiten der Platten unabhängig sein sollen.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jede der Platten eine Breite von mindestens  $48\text{cm}$  besitzt.
- b) Welche Verteilung inklusive Parameter besitzt die Gesamtbreite der 4 Platten?
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine Gesamtbreite der 4 Platten zu erhalten, die nicht kleiner als  $193\text{cm}$  ist?
- d) Damit Herr Glukmeier an einer bestimmten Stelle im Garten die 4 Platten nebeneinander einbauen kann und die Optik stimmt, muss die Gesamtbreite zwischen  $194\text{cm}$  und  $205\text{cm}$  liegen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt dies ein?

2. Ein Arbeitsvorgang dauere eine Zeit zwischen 4 und 6 Stunden. Diese Zeit ist gleichmäßig stetig auf dem Intervall  $[4, 6]$  verteilt (Einheit Stunden).

- a) Geben Sie den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung an.
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Dauer zwischen 4.3 und 5.1 liegt?

3. Gegeben sei die folgende Verteilungstabelle (Kreuztabelle) für den diskreten Zufallsvektor  $(X, Y)$ :

$X \cdot \cdot Y$	3	4	5
1	0.05	*	0.2
2	0.15	0.4	*
			0.3

Die Zufallsgröße  $X$  nimmt die Werte 1 und 2, die Zufallsgröße  $Y$  die Werte 3,4,5 an. 0.3 ist die Wahrscheinlichkeit bei der Randverteilung für  $Y = 5$ .

- a) Welche Zahlen sind anstelle der Sterne einzusetzen? Man bestimme die Randverteilungen von  $X$  und  $Y$ .
- b) Berechnen Sie  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $\text{Var}(X)$  und  $\text{Var}(Y)$ ?
- c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten  $P(X \leq 1, Y \geq 4)$  und  $P(Y \geq 4)$ .
- d) Man untersuche, ob die Zufallsgrößen  $X$  und  $Y$  unabhängig sind.

e) Bestimmen den Korrelationskoeffizienten von  $X$  und  $Y$ . Welche Aussage zur Abhängigkeit von  $X$  und  $Y$  lässt sich daraus ableiten?

4. Man bestimme folgende Quantile:

a) das 0.85-Quantil der Standard-Normalverteilung,

b) das 0.85-Quantil der Normalverteilung mit den Parametern  $\mu = 3$  und  $\sigma^2 = \frac{1}{4}$ ,

c) den Median der Normalverteilung mit den Parametern  $\mu = 1$  und  $\sigma^2 = 177.8$ , und

d) das 0.7-Quantil der Exponentialverteilung mit dem Parameter  $\lambda = 2$ .

5. Eine Firma vergibt Aufträge an verschiedene andere Firmen. Die Bearbeitungsdauer (in Tagen) dieser Aufträge sei normalverteilt mit dem Erwartungswert 20 und der Standardabweichung 5. Der finanzielle Gewinn (in Euro) für die Firma in Abhängigkeit von der Bearbeitungszeit lässt sich durch die Formel  $g(x) = 40000 - 500x$  beschreiben.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Bearbeitungsdauer länger als 28 Tage ist?

b) Welche Verteilung besitzt der zufällige Gewinn?

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Gewinn zwischen 25000 und 33000 liegt.

6. Die Aktien der Firma GlobalProf.it AG haben in einem Zeitraum von einer Woche einen Wertzuwachs zu verzeichnen, der normalverteilt ist mit dem Erwartungswert von 2 und der Varianz 70 (Einheit des Zuwachses Euro). Die Zuwächse verschiedener Wochen sind unabhängig. Die Aktie steht gerade bei 1000 Euro. Welche Verteilung besitzt der Wert der Aktie nach 10 Wochen? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Aktie nach 10 Wochen unter 1000 Euro bzw. über 1060 Euro steht? Geben Sie einen Wert  $x$  so an, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.9 der Wert der Aktie größer als  $x$  ist.

7. Die zufällige Zeit zwischen dem Eintreffen zweier aufeinanderfolgender E-Mail-Briefe kann als exponentialverteilt angesehen werden. Im Mittel muss man vom Eintreffen eines E-Mail-Briefes bis zum Eintreffen des nächsten E-Mail-Briefes 30 Minuten warten.

a) Geben Sie den Parameter der Verteilung der Zeit zwischen dem Eintreffen zweier aufeinanderfolgender E-Mail-Briefe und die zugehörige konkrete Verteilungsfunktion an.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der betreffende Nutzer mindestens 10 Minuten, aber nicht länger als 80 Minuten auf die E-Mail warten muss?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der betreffende Nutzer nach 75 Minuten seit dem letzten E-Mail-Brief immer noch keinen Brief erhalten hat?

d) Bestimmen Sie die Zeit  $t$  dafür, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.7 bis zu dieser Zeit  $t$  den Empfänger eine E-Mail erreicht.