

Aufgaben aus der Vorlesung "Statistik für Betriebswirte"

V1. Das Unternehmen Pumpelstilzchen füllt auf drei Anlagen Rotwein ab. Auf Anlage 1 wird 40% der Tagesproduktion, auf den Anlagen 2 und 3 werden 14% bzw. 46% der Tagesproduktion abgefüllt. 3% der auf der ersten Anlage abgefüllten Flaschen, 1% bzw. 2% der auf der zweiten bzw. der dritten Anlage abgefüllten Flaschen enthalten weniger Wein als zulässig.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus der Tagesproduktion entnommene Flasche ausreichend gefüllt ist.
- b) Man gebe die Wahrscheinlichkeit an, dass eine zufällig entnommene Flasche, die weniger Wein enthält als zulässig, von der Anlage 1 bzw. der Anlage 2 bzw. der Anlage 3 stammt.

V2. Bei der Sparkasse von Reichmannsdorf wurde ermittelt, dass 60% der Kunden, die die Sparkasse aufsuchen, Routineangelegenheiten erledigen, die anderen benötigen eine intensive Beratung. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 9 Personen, die in die Sparkasse eingetreten sind,

- a) weniger als 3 Kunden,
- b) genau 3 Kunden,
- c) mindestens ein Kunde eine intensive Beratung benötigen.

V3. Ein Ingenieur hat 16 automatische Drehmaschinen zu überwachen und gegebenenfalls bei Ausfall einzugreifen. Die Drehmaschinen arbeiten unabhängig voneinander. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Maschine innerhalb einer Stunde ausfällt, beträgt 0.13.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine Maschine ausfällt.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 Maschinen ausfallen.
- c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 2 Maschinen ausfallen.
- d) Wie groß ist die Durchschnittsanzahl von Maschinen, die ausfallen? Wie groß ist die Varianz?

V4. Die Anzahl der an einem Kiosk pro Tag verkauften Zeitschriften "Ein Herz für Papa" kann als Poisson-verteilt angesehen werden. Im Durchschnitt werden 4 Exemplare dieser Zeitschrift pro Tag verkauft.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 Exemplare verkauft werden?
- b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 2 Exemplare verkauft werden.

V5. In der Bibliothek in Merschelburg fallen Mahngebühren in unterschiedlicher Höhe mit entsprechenden Wahrscheinlichkeiten an (siehe Tabelle). Fällt keine Mahngebühr an wird dies nicht berücksichtigt.

Mahngebühr in Euro	2	5	10	20
Wahrscheinlichkeit	0.4	0.35	0.2	0.05

- a) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Mahngebühren.
- b) Die Gebühren ab 5 Euro sollen um einen Betrag x erhöht werden, um zu Mehreinnahmen zu gelangen: $5 + x$ Euro statt 5 Euro, $10 + x$ Euro statt 10 Euro, $20 + x$ Euro statt 20 Euro. Wie muss x gewählt werden, damit der Erwartungswert der Mahngebühren um 1.2 steigt?

V6. Die Zeit, die zur Reparatur eines Fahrzeugs erforderlich ist, sei exponentialverteilt mit dem Parameter 2 (Einheit: pro Stunde). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) die Reparatur länger als $\frac{1}{4}h$, aber höchstens $1\frac{1}{2}h$ dauert bzw.
- b) maximal $2h$ dauert bzw.
- c) mindestens $\frac{1}{2}h$ dauert?
- d) Bestimmen Sie die Zeit t dafür, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.8 die Reparatur bis zu dieser Zeit abgeschlossen ist.
- e) Wie groß ist die durchschnittliche Reparaturzeit, wie groß die Varianz der Reparaturzeit?

V7. Im Unternehmen "Pobjeda", das Fahrzeuge herstellt, stehen eine Reihe von Industrierobotern. Die Stillstandszeit eines Roboters, die zur Reparatur bzw. zum Umrüsten auf andere Werkzeuge verwendet wird, kann als exponentialverteilt angesehen werden. Im Durchschnitt beträgt diese Zeit $\frac{3}{4}$ Stunde.

- a) Geben Sie die konkrete Verteilungsfunktion an.
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Stillstandszeit länger als $\frac{1}{4}$ Stunde aber kürzer als 1 Stunde beträgt.
- c) Man berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Stillstandszeit länger als $1\frac{1}{4}$ Stunde dauert.
- d) Gerade ist bei 4 Robotern eine Reparatur erforderlich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei jedem dieser 4 Roboter eine Stillstandszeit von mindestens ein $\frac{1}{2}$ Stunde auftritt?

V8. Das Unternehmen Drehmeister produziert Spezialschrauben. Die Länge (in mm)

dieser Schrauben besitzt eine Normalverteilung mit dem Erwartungswert 16 und der Varianz 0.1.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Länge mindestens 15.7 und höchstens 16.6 beträgt, also zwischen beiden Werten liegt.
- b) Die Schrauben können problemlos verwendet werden, wenn die Länge mindestens 15.3 beträgt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit passiert dies?
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Länge zwischen 15.5 und 16.2 liegt.
- d) Die Schrauben passen in die vorgesehenen Kisten, wenn die Länge der Schrauben nicht mehr als 16.8 beträgt.
- e) Wie groß sind Standardabweichung und Schiefe der Verteilung?

V9. Zur Gestaltung einer städtischen Anlage in Blumenhagen sind an verschiedenen Stellen jeweils zwei Betonelemente hintereinander anzubringen. Die Länge (Breite und Höhe spielen hier keine Rolle) der Elemente sei normalverteilt mit dem Erwartungswert 250 *cm* (Einheit hier *cm*) und einer Varianz von 5. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) die Länge eines Elements zwischen 247 und 254 liegt und die Wahrscheinlichkeit, dass
- b) die Gesamtlänge zweier Elemente mehr als 505 beträgt. Die Längen der beiden Elemente sind unabhängig.
- c) Wie groß ist das Quantil der Ordnung 0.95 der Länge eines Elements?

V10. Von der Fluggesellschaft "EasyFlight" ist bekannt, dass 95% der Flugpassagiere, die Tickets gebucht haben, diese tatsächlich auch benutzen. Für einen Flug mit einem Flugzeug von 200 Plätzen wurden 205 Tickets verkauft. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wollen mehr als 200 Passagiere diesen Flug auch wirklich benutzen? Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen 190 und 200 Personen mitfliegen. Benutzen Sie für die Berechnung die Approximation durch die Normalverteilung.

V11. Zur Produktion eines Spezialgeräts für die Werkzeugherstellung sind 3 Arbeitsgänge erforderlich, die unabhängig voneinander ablaufen. Die Dauer ist jeweils normalverteilt. Die durchschnittliche Dauer beträgt 16, 11 bzw. 22 Minuten, die jeweiligen Varianzen betragen 7.5, 3.6 und 11.3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) die Gesamtproduktionsdauer länger als 52 Minuten ist,
- b) die Gesamtproduktionsdauer weniger als 43 Minuten beträgt,
- c) die Gesamtproduktionszeit länger als 42, aber nicht länger als 54 Minuten dauert.
- d) Man gebe eine Zeit t als Gesamtdauer an, innerhalb derer 98% aller Produkte hergestellt werden.

V12. Bei einem Holzeinschlag in Baumersrode im Harz wurden die Längen von 19 geschlagenen Bäumen in m ermittelt. Dabei ergab sich:

23.9, 18.8, 21.5, 20.7, 19.1, 19.4, 22, 21.4, 22.4, 19.9,
20.4, 19.8, 21.9, 20.3, 17.8, 21.3, 17.5, 23, 18.6.

Zeichnen Sie ein Histogramm und einen Box-Whisker-Diagramm.

V13. Für einen Arbeitsschritt in der Fertigung eines elektrischen Gerätes wird mehrfach die Dauer ermittelt, wobei sich die Werte

33, 45, 27, 33, 29, 32, 40, 49, 34, 37, 39, 30.

im Sekunden ergaben.

a) Skizzieren Sie die empirische Verteilungsfunktion.

b) Bestimmen Sie die empirischen Quantile der Ordnung 0.1, 0.25 und 0.75 sowie den empirischen Median. Geben Sie eine Interpretation für die Quantilwerte an. Zeichnen Sie einen Box-Whisker-Plot.

c) Zeichnen Sie ein Histogramm mit 5 gleich langen Teilintervallen (Wertebereich von 25 bis 50).

V14. Für einen Straßenabschnitt der Bundesstraße 66 ist die Verteilung der Unfälle auf die einzelnen Jahreszeiten ermittelt worden. Die Untersuchung lieferte folgende Werte:

	Anzahl der Unfälle
Frühjahr	17
Sommer	7
Herbst	28
Winter	33

Man stelle die Verteilung der Unfälle als Tortendiagramm dar.

V15. Bei einem Vergleich der Preise auf dem Markt für einen elektrischen Allesschneider der Firma Fixschnippeler ergaben sich folgende Preise in Euro:

61, 48, 70, 54, 50, 67, 60, 51, 47, 63, 49, 57, 55, 68, 45.

a) Bestimmen Sie $X_{(5)}$, die empirischen Quantile der Ordnung 0.2, 0.7 und den empirischen Median.

b) Zeichnen Sie zu den Daten ein Histogramm. Wählen Sie dabei die Darstellung als Dichteschätzung.

c) Der Landkreis Wittchenhausen ist ein Zentrum der Sektproduktion mit 4 bedeutenden Sektkellereien. Der Umsatz dieser Werke im letzten Monat wird in der folgenden Tabelle angegeben:

	Umsatz in 100000 Euro
Firma Holle & Co.	60.8
Firma Rumpelstilzchen	22.4
Dornröschen AG	275.2
Firma Rotkäppl	64.4

Zeichnen Sie zu diesen Umsatzdaten die Lorenzkurve. Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten. Wie ist der konkrete Wert des Gini-Koeffizienten zu interpretieren?

V16. Im Landkreis Hopfensbach gibt es 4 Brauereien. Der Umsatz dieser Werke im letzten Monat wird in der folgenden Tabelle angegeben:

	Umsatz in 100000 Euro
Firma Dröhn	31.1
Schluckspecht AG	144.7
Firma Plörrau	10.3
Firma Gehämmer	36.5

Zeichnen Sie zu diesen Umsatzdaten die Lorenzkurve. Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten. Wie ist der konkrete Wert des Gini-Koeffizienten zu interpretieren?

V17. Das Unternehmen Ranklotzer hat in den vergangenen Jahren eine insgesamt erfolgreiche Entwicklung genommen. Die Umsatzzahlen können der Tabelle entnommen werden:

Jahr	Umsatz in Mill. Euro
2008	73.3
2009	79.1
2010	75.2
2011	69.4
2012	80.6
2013	87
2014	93.8

a) Berechnen Sie zur Zeitreihe das gleitende Mittel mit $k = 1$ (3 Werte) und die exponentiell geglättete Zeitreihe mit $\gamma = 0.2$.

- b) Welche durchschnittliche jährliche Steigerung wurde im Zeitraum 2008 bis 2014 erzielt? Welcher durchschnittliche jährliche Rückgang war in den Jahren 2008 bis 2011 zu verzeichnen?
- c) Geben Sie eine Prognose für den Umsatz im Jahr 2017 an.

V18. Die Firma "Gwind" stellt verschiedene Sorten Schrauben her. Bei einer Untersuchung von Schrauben eines bestimmten Typs stellte sich heraus, dass bei 29 untersuchten Schrauben der Mittelwert für die Länge 67.5 (Einheit: mm) und die Stichprobenvarianz 0.5 betrug. Die Länge der Schrauben kann als normalverteilt angesehen werden.

- a) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert der Länge der Schrauben zum Konfidenzniveau 0.95 an. Geben Sie kurz eine Interpretation dieses Konfidenzintervalls an.
- b) Ermitteln Sie ein zweiseitiges Konfidenzintervall für die Varianz zum Niveau 0.95.
- c) Geben Sie ein einseitiges Konfidenzintervall für die Varianz zum Niveau 0.95 an.

V19. Die Bäckerei Fettersen ist bekannt für gute Qualität von Broten. Bei einer Gütekontrolle von 20 Broten wird ein mittleres Gewicht von 1015g bei einer empirischen Standardabweichung von 54g ermittelt.

- a) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert des Gewichtes zum Niveau 0.95.
- b) Berechnen Sie ein Konfidenzintervall für die Varianz des Gewichtes zum Niveau 0.95.

V20. In der Supermärkten der Kette "Knolleka" werden Beutel mit Speisekartoffeln mit einem Sollgewicht von 2kg angeboten. Bei einer Untersuchung von 30 Beuteln ergab sich ein Durchschnittsgewicht von 1.88kg. Die Varianz des Gewichtes der Beutel (normalverteilt) kann mit $0.05kg^2$ angenommen werden. Man teste die Hypothese, dass das Sollgewicht eingehalten wird, zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$.

V21. Eine statistische Untersuchung der Länge von 16 gefertigten Bolzen ergab den Mittelwert 249.3mm und die empirische Standardabweichung 1.5mm. Der vom Hersteller vorgeschriebene Sollwert für die Länge beträgt 250mm.

- a) Man prüfe, ob sich der Erwartungswert der gefertigten Bolzen signifikant vom Sollwert unterscheidet.
- b) Man prüfe, ob der Erwartungswert der gefertigten Bolzen signifikant kleiner als der Sollwert ist.
- c) Der Hersteller gibt außerdem an, dass die Standardabweichung der Länge 1.2mm nicht überschreitet. Man prüfe, ob gegen diese Aussage etwas einzuwenden ist.

V22. Die Firma "Cleany" stellt ein Duschbad für empfindliche Haut her, das in Flaschen abgefüllt wird. Die Herstellerfirma behauptet, den mittleren pH-Wert von höchstens 5.5 einzuhalten. Die Untersuchung einer Warentestagentur lieferte bei 26 Proben einen Mittelwert von 5.61 und eine empirische Standardabweichung von 0.17. Der pH-Wert ist in guter Näherung normalverteilt.

- a) Überprüfen Sie die Aussage der Herstellerfirma mit einem geeigneten Verfahren (Signifikanzniveau 0.01).
- b) Bestimmen Sie ein zweiseitiges Konfidenzintervall für die Varianz der Füllmenge zum Konfidenzniveau 0.9. Notieren Sie kurz eine Interpretation dieses Konfidenzintervalls.
- c) Geben Sie Schätzer für den Erwartungswert und die Stichprobenvarianz des pH-Wertes an.
- d) Warum wird der Schätzer für den Erwartungswert um so genauer je mehr Daten vorliegen, wenn die gleiche Grundgesamtheit zugrunde gelegt wird?

V23. Bei der Gütekontrolle einer Abfüllanlage für Weinflaschen der Sorte "Grünkäppl" wurde überprüft, ob die Füllmenge von mindestens 700ml eingehalten wird. Der Erfassung der genauen Füllmenge von 25 Flaschen ergab eine mittlere Füllmenge von 697 ml bei einer Stichprobenvarianz von 12.5. Der Füllstand in den Flaschen kann als normalverteilt angesehen werden.

- a) Man untersuche mit einem geeigneten statistischen Verfahren, ob die genannte Mindestfüllmenge durchschnittlich eingehalten wird. (Signifikanzniveau 0.05).
- b) Man prüfe, ob die Füllmenge von 700ml durchschnittlich eingehalten wird. (Signifikanzniveau 0.05).
- c) Es ist zu prüfen, ob die Schwankungen beim Füllstand eventuell zu groß sind, d.h. ob die Varianz den Wert 12 nicht überschreitet. (Signifikanzniveau 0.05)
- d) Geben Sie Schätzer für den Erwartungswert und die Standardabweichung der Füllmenge an.
- e) Was versteht man unter dem Fehler 2. Art? Wie geht der Fehler 2. Art in die Konstruktion dieses Verfahrens ein?
- f) Welche Verteilung besitzt die Testgröße in b)?

V24. Beim Vergleich des Ertrages der beiden Apfelsorten "August der Starke" und "Gräfin Cosel" ergaben sich die folgenden Werte (Einheit *kg* je Baum):

	Bäume	Mittelwert	Stichprobenvarianz
August der Starke	11	61.2	11.8
Gräfin Cosel	14	56.4	9.6

Der Ertrag kann als normalverteilt angesehen werden.

a) Man prüfe die Hypothese, dass die beiden Apfelsorten hinsichtlich des Erwartungswertes des Ertrags gleichwertig sind. (Signifikanzniveau 0.05)

b) Außerdem vergewissere man sich mit einem geeigneten Test, dass die dabei benutzte Voraussetzung der Gleichheit der Varianzen erfüllt ist. (Signifikanzniveau 0.05)

V25. Die zwei Waschmaschinentypen "Venedig" und "Sizilien" wurden hinsichtlich ihres Wasserverbrauchs (Einheit l) pro Waschgang untersucht. Die Analyse lieferte bei 16 untersuchten Waschmaschinen des Typs "Venedig" einen Mittelwert von 38.7 und eine Stichprobenvarianz von 2.59. Die 21 Waschmaschinen des Typs "Sizilien" hatten im Test beim Verbrauch einen Mittelwert von 36.9 und eine Stichprobenvarianz von 2.82. Der Wasserverbrauch kann als normalverteilt angesehen werden. Unter der Voraussetzung gleicher Varianzen untersuche man, ob die beiden Typen von Waschmaschinen hinsichtlich des erwarteten Wasserverbrauchs gleichwertig sind. Außerdem überzeuge man sich mit einem geeigneten Test, dass die dabei benutzte Voraussetzung der Gleichheit der Varianzen erfüllt ist (jeweils Signifikanzniveau 0.05).

V26. Zur Untersuchung des Fettgehalts der Milch der beiden Rinderrassen "Scheckige Querfurter" und "Schwarzmarkel" werden Milchproben von Kühen beider Rassen analysiert. Bei der Analyse der 16 Milchproben der ersten Rasse (eine Probe je Kuh) ergab sich ein mittlerer Fettgehalt von 4.62g (je 100ml) bei einer empirischen Standardabweichung von 0.2. Bei den 21 Proben von Milch der zweiten Rasse wurde ein mittlerer Fettgehalt von 4.4g bei einer empirischen Standardabweichung von 0.3 ermittelt. Der Fettgehalt kann als normalverteilt betrachtet werden. Unter der Voraussetzung gleicher Varianzen untersuche man, ob sich der Erwartungswert des Fettgehalts der beiden Rinderrassen signifikant unterscheidet. (Signifikanzniveau 0.05). Man überprüfe auch die Voraussetzung an die Varianzen mit einem geeigneten Test (dabei Signifikanzniveau 0.02).

V27. Ein Automobilhersteller möchte seine Vertragswerkstätten in einem bestimmten Kreisgebiet beurteilen. Er befragte dazu 64 zufällig ausgewählte Kunden der Werkstatt A und 53 zufällig ausgewählte Kunden der Werkstatt B. Es ergab sich folgendes Ergebnis:

	zufrieden	nicht zufrieden
Werkstatt A	48	16
Werkstatt B	33	20

Man überprüfe mit einem geeigneten Test, ob die Zufriedenheit der Kunden von der gewählten Werkstatt abhängt (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$).

V28. Mit Hilfe einer Studie soll die Akzeptanz des Essensangebots der Hochschulgessen in Halle und Merseburg verglichen werden. Dazu wurden 200 Studenten aus Merseburg und 300 Studenten aus Halle befragt. 60 Studenten aus Merseburg und 83 Studenten aus Halle gaben an, dass sie mit dem Essensangebot nicht zufrieden sind. Man prüfe zum Niveau 0.05, ob die Unzufriedenheit (bzw. die Zufriedenheit) in beiden Städten in gleicher Weise ausgeprägt ist.

V29. Bei einer Untersuchung an deutschen Hochschulen wurden 6000 Studenten einer Studienrichtung erfasst. Von diesen Studenten haben 1683 Studenten ihr Studium abgebrochen. Man prüfe mit Hilfe dieser Angaben die Aussage der Politikerin Frau Dr. Ines Ignori, dass höchstens 25% der Studenten der betreffenden Studienrichtung ihr Studium vorzeitig beenden. (Signifikanzniveau 0.01)

V30. Bei der Untersuchung des Zusammenhanges zwischen den erzielten Noten von Schülern und dem Besuch einer Bibliothek ergaben sich absolute Häufigkeiten, die in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind:

	Gesamtdurchschnitt der Noten	
	Note 2 und besser	schlechter als Note 2
Schüler geht regelmäßig in die Bibliothek	346	371
Schüler geht nicht regelmäßig in die Bibliothek	557	764

- a) Untersuchen Sie, ob der genannte Zusammenhang besteht oder nicht (Signifikanzniveau 0.01).
- b) Wie groß ist in a) die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art?
- c) Geben Sie einen Schätzwert für den Anteil der Schüler, die regelmäßig in die Bibliothek gehen.

V31. Onlineshops erfreuen sich großer Beliebtheit bei den Kunden. Bei einer Untersuchung zur Beliebtheit von 4 etwa vergleichbaren Versandhandelsunternehmen in der Stadt Kaufrauschershausen ergaben sich folgende Werte für die Anzahl der Kaufvorgänge

innerhalb eines Tages

Versandhandelsunternehmen	Anzahl Kaufvorgänge
Rammerzon	166
Otter	182
Qualle	134
Verklingelen	148

a) Man untersuche, ob sich das Kaufinteresse bei den Unternehmen in der betrachteten Stadt gleichmäßig verteilt, d.h. der Anteil der jeweiligen Kaufvorgänge gleich ist. (Signifikanzniveau 0.01).

b) Was sagt das Signifikanzniveau eines Tests genau aus? Was ist eine Nullhypothese?

V32. Die Landesregierung von Sachsen-Anhalt hat eine Untersuchung in Auftrag gegeben, die die Schwerpunkte von Straßenschäden aufgrund der strengen Winter feststellen soll. Für vier Landkreise wurden die in der folgenden Tabelle angegebenen Häufigkeiten für (etwa gleich große) Straßenabschnitte mit erheblichen Schäden ermittelt:

Landkreis	Anzahl der Straßenabschnitte mit starken Schäden
Mansfeld-Südharz	79
Burgenlandkreis	105
Saalekreis	74
Salzlandkreis	90

a) Prüfen Sie mit einem geeigneten Verfahren, ob sich die Schäden gleichmäßig auf die Landkreise verteilen oder ob es signifikante Unterschiede bei der Verteilung der Straßenabschnitte mit starken Schäden gibt. (Signifikanzniveau 0.05).

b) Wie groß ist die (asymptotische) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art bei diesem Prüfverfahren? Welche (asymptotische) Verteilung hat die Testgröße beim Verfahren in a)?