

Aufgabenserie 4 zur Vorlesung "Stochastik für Informatiker"

1. An einer Tankstelle treffen durchschnittlich in 5 Minuten 2.5 Fahrzeuge ein. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass im Betrachtungszeitraum von 5 Minuten
a) kein Fahrzeug, b) genau ein Fahrzeug, c) genau zwei Fahrzeuge,
d) mehr als 3 Fahrzeuge, e) weniger als 6 Fahrzeuge eintreffen.

Man kann davon ausgehen, dass die Anzahl der eintreffenden Fahrzeuge Poisson-verteilt ist.

2. Auf einem Speichermedium können 400 kByte je Einheit (z.B. Spur) abgespeichert werden. Hintereinander werden vier Dateien auf dem Speichermedium abgespeichert, wobei mit Wahrscheinlichkeit 0.7 eine Datei der Größe 200 kB vorliegt und mit Wahrscheinlichkeit 0.3 eine Datei der Größe 400 kB. Die Datei kann nur vollständig auf der jeweiligen Einheit abgespeichert werden. Wenn eine Einheit voll ist, wird mit der Abspeicherung auf der nächsten Einheit begonnen, zurückgegangen auf bereits teilweise belegte Einheiten wird nicht. Die Größen der Dateien sind unabhängig. Man bestimme die Verteilung für die zufällige Anzahl der (teilweise oder vollständig) belegten Einheiten und die durchschnittliche Anzahl dieser Einheiten.

3. Wir betrachten eine diskrete Zufallsgröße X , die die Werte 1, 3, 5 und 6 annimmt. Die Werte 1, 3 und 5 werden jeweils mit den Wahrscheinlichkeiten 0.1, 0.3 und 0.4 angenommen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X = 3)$, $P(X \geq 4)$ und $P(X \leq 5.5)$. Wie groß sind Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung der Zufallsgröße X ? Geben Sie die Verteilung der Zufallsgröße $Y = 2X - 3$ an.

4. Die Zufallsgröße Z gebe die erreichte Augenzahl beim Würfeln mit einem idealen Würfel an. Welche Verteilung besitzt Z ? Wie groß sind $E(Z)$ und $\text{Var}(Z)$? Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahl gerade oder größer als 4 ist.

5. X sei die zufällige Anzahl der Würfe beim Würfeln bis zum erstmaligen Erscheinen einer Sechs. Welche Verteilung besitzt X ? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass spätestens im 3. Wurf die Sechs erscheint? Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(2 \leq X < 5)$ und $P(3 \leq X \leq 12)$.

Hinweis: Entwickeln Sie eine Formel für $P(X \leq n)$.

6. In einer Kiste befinden sich 20 Schaltkreise, die sich äußerlich nicht unterscheiden. 13 Schaltkreise in der Kiste sind vom Typ I, 7 Schaltkreise vom Typ II. Der Kiste werden 6 Schaltkreise entnommen und hinsichtlich ihrer Zugehörigkeit zu einem der beiden Typen getestet.

a) Welche Verteilung besitzt die zufällige Anzahl der Schaltkreise vom Typ I, die sich unter den 6 entnommenen befinden?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 4 Schaltkreise vom Typ I unter den entnommenen Schaltkreisen sind?

7. An einem Sommerabend werden durchschnittlich 4 Sternschnuppen pro Stunde beobachtet. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Anzahl der Sternschnuppen, die in einer Stunde zu beobachten sind, Poisson-verteilt ist. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass im Betrachtungszeitraum von einer Stunde

a) keine Sternschnuppe, **b)** höchstens 3 Sternschnuppen, **c)** mehr als 2 Sternschnuppen zu beobachten sind.