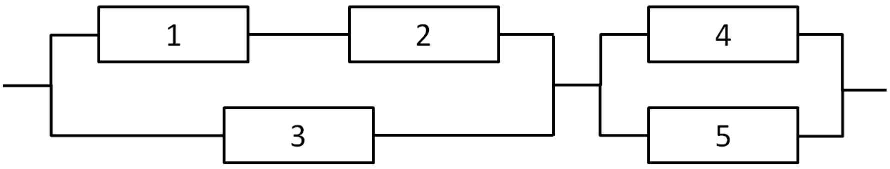
Prof. Dr. Eckhard Liebscher
Fachgruppe Mathematik

Aufgabenserie 3 zur Vorlesung "Zuverlässigkeit in der Systemverfahrenstechnik"

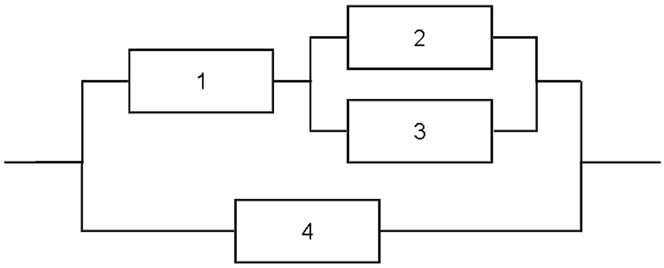
1.A) Für folgende Systeme entwickele man die Systemverfügbarkeitsformel.

Setzen Sie konkret $p_1 = 0.95, p_2 = 0.97, p_3 = 0.94, p_4 = 0.99, p_5 = 0.98, p_6 = 0.96, p_7 = 0.92$. Interpretieren Sie das Ergebnis.

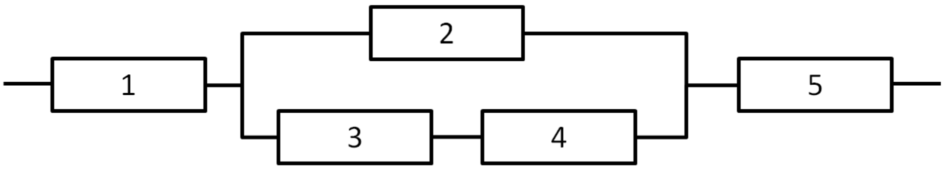
a)



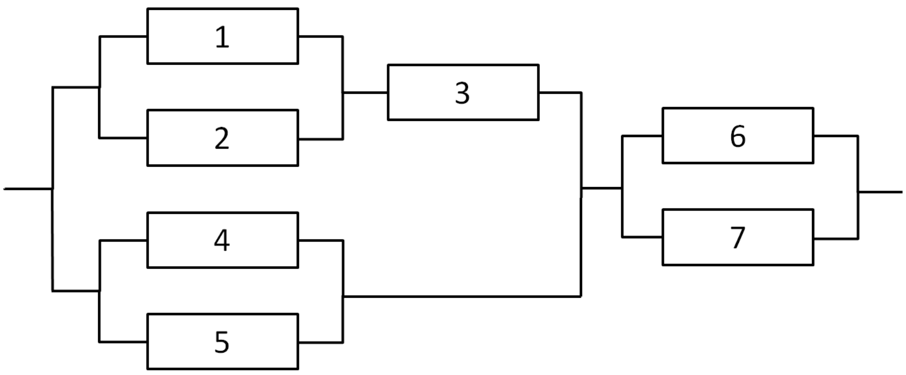
b)



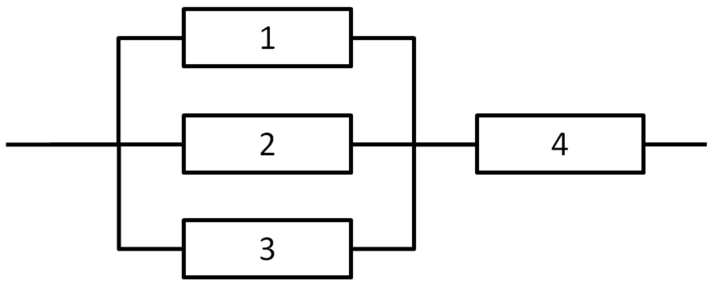
c)



d)



e)



B) Entwickeln Sie die Systemfunktionsformel für die Systeme a) und c) durch Anwendung der Formeln für Parallel- und Seriensysteme.
C) Ermitteln Sie die Systemfunktion für Systeme a) und e) nach der Pfadmethode.
D) Entwickeln Sie die Systemfunktion für das System e) durch pivotale Zerlegung von Element e_1.

2. Bestimmen Sie die Birnbaum-Wichtigkeit der Elemente in Aufgabe 1b) und 1e).

3. Wir betrachten ein Seriensystem, dessen drei Elemente Weibull-verteilt sind mit den Parametern $(2.5, 1)$, $(3, 1)$ und $(3.5, 1)$, wobei der erste Parameter der Formparameter ist. Ermitteln Sie die Dichte und die Ausfallrate. Mit welcher Wahrscheinlichkeit überlebt das System den Zeitpunkt 0.7? Bestimmen Sie die Ausfallrate zu den Zeitpunkten 0.1 und 0.6.

4. Entwickeln Sie die Formeln für Dichte und Ausfallrate eines Systems mit zwei parallelen Elementen, deren Lebensdauer $\text{Exp}(\lambda_1)$- bzw. $\text{Exp}(\lambda_2)$-verteilt ist. Ermitteln Sie außerdem die mittlere Lebensdauer. Speziell setze man $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$ ein. Wie groß ist die Ausfallrate für die Zeitpunkte 0.1 und 0.6.

5. In einem Kernreaktor gibt es zwei Reihen von jeweils 3 Steuerstäben. Mindestens eine Reihe von Steuerstäben muss funktionieren, um die Funktionstüchtigkeit der Anlage zu gewährleisten.
a) Die Stäbe der ersten Reihe haben jeweils eine Zuverlässigkeit von 0.9999, die der zweiten Reihe eine von 0.9998. Stellen Sie das Blockschaltbild auf. Bestimmen Sie die Gesamtverfügbarkeit der Steuerstäbe.
b) Geben Sie für das System in a) die Systemfunktion an. Was gibt dabei die Variable z_i und der Wert der Funktion an?
c) Ermitteln Sie mit den Vorgaben in a) die Birnbaum-Importanzen der Elemente des

Systems.

d) Wir betrachten die Lebensdauer des Systems. Die Lebensdauern der Steuerstäbe können durch eine Weibull-Verteilung mit Formparameter 3 und charakteristischer Lebensdauer 40000 Bh modelliert werden. Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion der Systemlebensdauer und den Median. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das System 30000Bh übersteht.

6. Die Lebensdauer eines Bauteils an einer Turbine, das hohem Verschleiß unterliegt, sei Weibull-verteilt mit den Parametern $\beta = 2.6$ und $\tau = 1.5$. Wie viele Teile werden (näherungsweise) durchschnittlich für eine Zeitspanne von 100 benötigt. Welche Verteilung besitzt diese Anzahl? Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt diese Anzahl zwischen 70 und 83? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Anzahl höchstens 85? Geben Sie für die Anzahl der in der Zeitspanne von 100 benötigten Teile ein Konfidenzintervall zum Niveau 0.95 an.

Hinweise: für $\beta = 2.6$ erhält man $\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = 0.88821$, $\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) = 0.92358$

7. In einer Anlage ist ein Sicherheitsventil eingebaut, dass einem hohen Verschleiß unterliegt. Die Lebensdauer des Sicherheitsventils ist Weibull-verteilt mit dem Formparameter 1.6. 50% der Ventile fallen nach 1500Bh aus und sind zu wechseln. Wie viele Teile benötigt man im Durchschnitt für einen Zeitraum von 45000Bh? Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt diese Anzahl zwischen 21 und 33? Geben Sie für die Anzahl der in der Zeitspanne von 45000Bh benötigten Teile ein Konfidenzintervall zum Niveau 0.95 an.

Hinweis: für $\beta = 1.6$ gilt $\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = 0.8966$, $\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) = 1.1330$